

一般座標系における渦度方程式を用いた準三次元流解析

中央大学大学院 正会員 ○岡村 誠司
中央大学研究開発機構 正会員 内田 龍彦
中央大学研究開発機構 フェロー会員 福岡 捷二

1. 目的

洪水中に大きな河床変動が生じる河口部，河道湾曲部，分合流部，構造物周辺などでは，水面形の時間変化と河床変動が相互に影響を及ぼし合うため，これらを同時に解析する必要がある．また，このような場での河床変動は二次流の影響を大きく受けるため平面二次元流解析では河床変動現象を十分に表現できない．

内田・福岡¹⁾は浅水流方程式と水深積分した水平方向渦度方程式を連立して解くことにより，静水圧分布の仮定を介さずに底面流速を求める新しい準三次元流解析法を提案し，合流部の水路実験に適用した．

本論文では，この解析法を現地河川に適用することを目的に，その第一段階としてこの解析法を一般座標系に拡張し，一様湾曲水路に適用し検証する．

2. 解析方法の概要と基礎式

本解析法では，河床からわずかに上の面を河床面（slip-velocity 面）と仮定して，水深平均流速 U_i ，底面流速 u_{bi} を用いて流速の鉛直分布を近似する¹⁾．

浅水流方程式より水深平均流速 U_i を求め，一方で水深積分した水平方向の渦度方程式 Ω_i から水深平均流速と底面流速の差 δu_i を求め，それらから底面流速 u_{bi} および流速の鉛直分布が得られる．（ここに， $i=1,2(x,y)$ 方向成分）

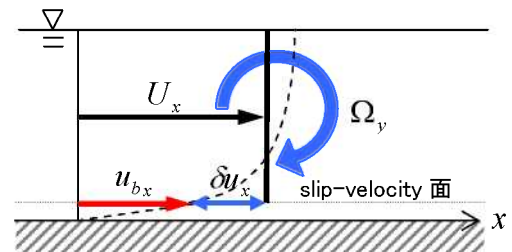


図1 本解析法での底面流速

一般座標系における水深積分した水平方向の渦度方程式を(1)～(3)式に示す．

$$J \frac{\partial \Omega_i h}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{J} d \eta \tilde{U} \Omega_i h}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{J} d \xi \tilde{V} \Omega_i h}{\partial \eta} = J \left(ER_i + P_{oi} + \frac{\partial D_{oi}}{\partial x_j} \right), \quad \frac{\partial}{\partial x_j} = \frac{\partial \xi_x}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta_x}{\partial \eta} + \frac{\partial \xi_y}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta_y}{\partial \eta} \quad (1)$$

ここに， ER_i ：渦度の伸縮，回転項， P_{oi} ：渦度の生産項¹⁾， D_{oi} ：水平方向の渦度の混合である．

$$ER_i = \Omega_j \left\{ h \frac{\partial (U_i - \delta u_i / 4)}{\partial x_j} - \delta u_i \left(\frac{1}{2} \frac{\partial z_s}{\partial x_j} + \frac{\partial z_b}{\partial x_j} \right) \right\} + \frac{3}{2} \delta u_i \left(\Omega_z - \frac{\delta \omega_z}{4} \right), \quad \Omega_z = \frac{\partial U_y}{\partial x} - \frac{\partial U_x}{\partial y}, \quad \delta \omega_z = \frac{\partial \delta u_y}{\partial x} - \frac{\partial \delta u_x}{\partial y} \quad (2)$$

Ω_j ：渦度の ξ, η 方向成分 ($\Omega_j = \Omega_\xi + \Omega_\eta$ ， $\Omega_\xi = \xi_x \Omega_i + \xi_y \Omega_i$ ， $\Omega_\eta = \eta_x \Omega_i + \eta_y \Omega_i$)

$$D_{oi} = \frac{\nu}{\sigma_\omega} \left(\frac{\partial J \xi_x \Omega_i}{\partial \xi} + \frac{\partial J \eta_x \Omega_i}{\partial \eta} \right) + \frac{\delta u_x \Omega_i}{4}, \quad D_{oiy} = \frac{\nu}{\sigma_\omega} \left(\frac{\partial J \xi_y \Omega_i}{\partial \xi} + \frac{\partial J \eta_y \Omega_i}{\partial \eta} \right) + \frac{\delta u_y \Omega_i}{4}, \quad \sigma_\omega = 1.0 \quad (3)$$

なお，一般座標系における浅水流方程式は(4)～(6)式に示す福岡・渡辺²⁾と同様の方法を用いた．

$$J \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{J} d \eta \tilde{U} h}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{J} d \xi \tilde{V} h}{\partial \eta} = 0 \quad (4)$$

$$h \frac{\partial \tilde{U}}{\partial t} + \tilde{U} h \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \xi} + \tilde{V} h \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \eta} - \tilde{J} (\tilde{V} - \tilde{U} \cos \theta^{\eta\xi}) \left(\tilde{U} h \frac{\partial \theta^\xi}{\partial \xi} + \tilde{V} h \frac{\partial \theta^\xi}{\partial \eta} \right) \quad (5)$$

$$= -gh \left(\frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \cos \theta^{\eta\xi} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \right) - \tau_{0\xi} + \frac{1}{J} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} (\tilde{J} d \eta \cdot h \tilde{\tau}_{\xi\xi}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\tilde{J} d \xi \cdot h \tilde{\tau}_{\xi\eta}) \right\} - \tilde{J} h \left\{ (-\tilde{\tau}_{\xi\xi} \cos \theta^{\eta\xi} + \tilde{\tau}_{\xi\eta}) \frac{\partial \theta^\xi}{\partial \xi} + (-\tilde{\tau}_{\xi\eta} \cos \theta^{\eta\xi} + \tilde{\tau}_{\eta\eta}) \frac{\partial \theta^\xi}{\partial \eta} \right\}$$

$$h \frac{\partial \tilde{V}}{\partial t} + \tilde{U} h \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \xi} + \tilde{V} h \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \eta} + \tilde{J} (\tilde{U} - \tilde{V} \cos \theta^{\eta\xi}) \left(\tilde{U} h \frac{\partial \theta^\eta}{\partial \xi} + \tilde{V} h \frac{\partial \theta^\eta}{\partial \eta} \right) \quad (6)$$

$$= -gh \left(\cos \theta^{\eta\xi} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \right) - \tau_{0\eta} + \frac{1}{J} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} (\tilde{J} d \eta \cdot h \tilde{\tau}_{\eta\xi}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\tilde{J} d \xi \cdot h \tilde{\tau}_{\eta\eta}) \right\} - \tilde{J} h \left\{ (-\tilde{\tau}_{\xi\xi} + \tilde{\tau}_{\xi\eta} \cos \theta^{\eta\xi}) \frac{\partial \theta^\eta}{\partial \xi} + (-\tilde{\tau}_{\xi\eta} + \tilde{\tau}_{\eta\eta} \cos \theta^{\eta\xi}) \frac{\partial \theta^\eta}{\partial \eta} \right\}$$

キーワード 準三次元流解析，渦度方程式，底面流速，二次流，湾曲水路

連絡先 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27-31214 中央大学研究開発機構 TEL 03-3817-1611

3. 計算条件

本解析モデルの妥当性を検証するため、これまで多くの解析モデルの検証に用いられてきた Rozovskii の一様湾曲水路実験^{3),4),5),6)}に本解析を適用する。実験水路の諸元および水理条件を図-2に示す。No.1は湾曲の入口から角度 102° の断面、No.2は湾曲の出口から約0.1m下流の断面である。

4. 解析結果と考察

図-3に断面No.1における水位の横断分布の実験結果と解析結果の比較を示す。解析結果は実験結果と良く一致しており、遠心力により生じる水位の横断分布を再現できている。

図-4に断面No.1, No.2における水深平均流速の横断分布の実験結果と解析結果の比較図を示す。両断面とも、解析結果は流速の横断分布形状をある程度表現できている。湾曲途中の断面No.1では主流が内岸を通り外岸の流速が遅く、湾曲出口の断面No.2では主流が外岸側に寄って内岸側で流速が遅くなる特徴が捉えられており、他の二次流を考慮した解析モデル^{4),5)}と同程度の再現結果が得られた。

図-5には断面No.1における底面流速ベクトルの実験結果と解析結果の比較図を示す。本解析法によって、二次流の影響を受けて内岸方向に傾く底面流速の大きさと方向を概ね再現できていることがわかる。

5. 結論

本研究では、内田・福岡が提案した渦度方程式を用いた新しい準三次元流解析法を一般座標系に拡張し、一様湾曲水路に適用してモデルの妥当性を検証した。その結果、湾曲部における横断水面形、水深平均流速の横断分布、底面流速ベクトルを概ね再現できることを示した。このことから、本解析法は二次流が生じる三次元流れ場での河床変動の解析に有効であると考えられる。

今後は本解析法を現地河川に適用し、河床変動を伴う場での洪水流解析法について検討を行う。

参考文献

- 1) 内田龍彦, 福岡捷二: 浅水方程式と渦度方程式を連立した準三次元モデルの提案と開水路合流部への適用, 水工論文集, 第53巻, 2009.2. (印刷中)
- 2) 渡辺明英, 福岡捷二, Alex George Mutasingwa, 太田勝: 複断面蛇行河道におけるハイドログラフの変形と河道内貯留の非定常二次元解析, 水工学論文集, 第46巻, pp.427-432, 2002.
- 3) Rozovskii, I.L.: Flow of water in bends of open channels, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, Israel, 1961.
- 4) 音田慎一郎, 細田尚, 木村一郎: 一般座標系での湾曲流の水深積分モデルの改良とその検証について, 水工学論文集, 第50巻, pp.769-774, 2006.2.
- 5) 西村達也: 河道湾曲部の流れ, 河床変動と河岸侵食対策, 東京工業大学学位論文, 1995.
- 6) Wolfgang Rodi: Calculation of Strongly Curved Open Channel Flow, Journal of the Hydraulics Division, of ASCE, Vol.105, 1979.

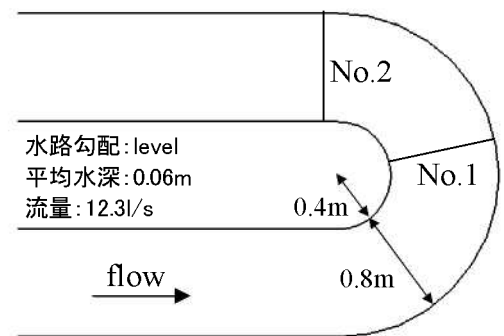


図-2 Rozovskii の水路実験の概要

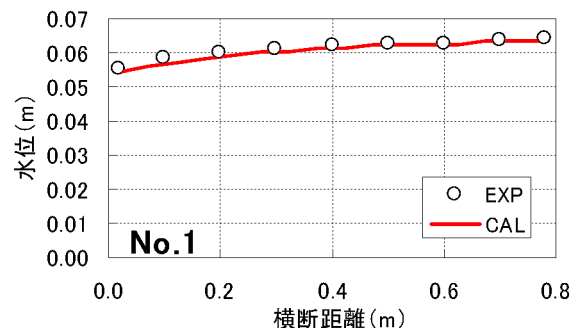


図-3 水位の横断分布

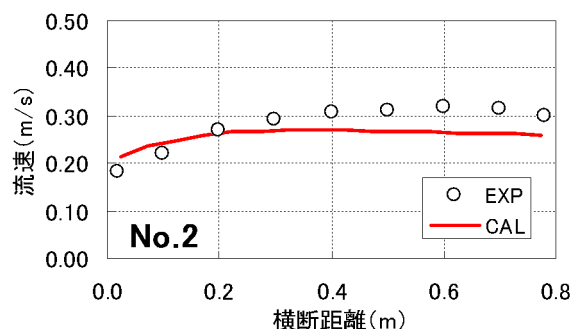
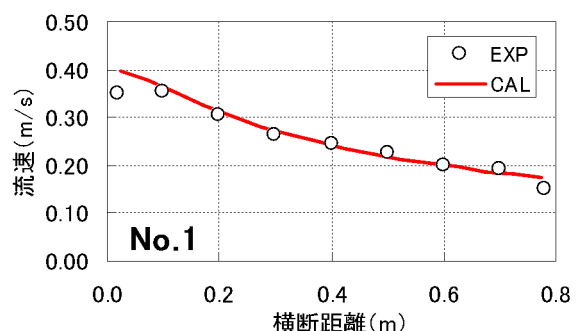


図-4 水深平均流速の横断分布

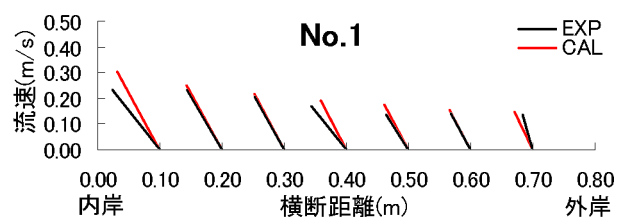


図-5 断面No.1の底面流速ベクトル