円柱構造物の渦励振振動に関する数値流体解析

○ 中央大学大学院　学生員　佐藤　亮　　中央大学　正会員　平野　廣和
中央大学　正会員　佐藤　尚次

1．はじめに

既往の研究において，渦励振現象は円柱からのカルマン渦放出に伴う自励的渦励振として説明されてきた[1]．しかし最近の研究では，励振開始時にはカルマン渦の発生周波数と円柱の固有振動数の一致である *lock-in* 現象が認められないことや，風速の増加に伴う振動振幅が段階的に変化することなどから，この励振の原因をカルマン渦に伴う自励的渦励振に帰着するとすることには無理があると指摘されている．河井ら[2]の研究によると，励振時の振幅の変化から振動を 3 つの風速領域に分類することにより，それぞれの風速域で発生機構が異なることを論じている．

一方，数値流体解析の分野においては，計算機容量や計算時間等の物理的制約から 2 次元解析が中心となっている．円柱まわりの 2 次元解析結果のおおむね共通することは，亜臨界域（約 $Re=10^{2.5}$～10^4 付近）で流体力を過大に評価することや，レイノルズ平均化された乱流モデルを導入して行うことから，急変現象等の詳細な検討が十分に行えない等が挙げられる．そのため，3 次元解析を用いた検討は必ずしも多くなく，特に急変現象の詳細な研究に関しては十分に行われていないのが現状である．

以上の様なことから，本論文では 3 次元円柱の渦励振の特性を数値解析の面から検討をすることを目的とする．具体的には，河井らが行った一様流中での 3 次元円柱の風洞実験での *lock-in* 域に関して，3 次元数値流体解析とを対応させることを目的とする．これにより，渦励振時における応答特性の急変現象を明らかにし，空気力特性や振動応答を検討するものである．

2．基礎方程式

流れ場を非圧縮性粘性流れとして扱うと，支配方程式は非圧縮性 Navier-Stokes 方程式で表される．また，物体の振動に合わせたメッシュの変形に対処するために ALE(Arbitary Lagrangian-Eulerian)法を用いてメッシュ速度を支配方程式に取り込む．この時運動方程式は式(1)で，連続式は式(2)でそれぞれ表される．

$$\rho\left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}+(\boldsymbol{u}-\boldsymbol{v})\cdot\nabla\boldsymbol{u}\right)-\nabla\cdot\sigma(p,\boldsymbol{u})=0 \quad \text{in}\ \Omega \qquad (1)$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0 \quad \text{in}\ \Omega \qquad (2)$$

ここで，ρ は密度，**u** は流速，**v** はメッシュ速度，t は時間，p は圧力，Ω は解析領域を示す．また，$\sigma(p,\ \mathbf{u})$ は応力テンソルであり，式(3)となる．

$$\sigma(p,\boldsymbol{u})=-p'I+2\mu\varepsilon(\boldsymbol{u}),\quad \varepsilon(\boldsymbol{u})=\frac{1}{2}(\nabla\boldsymbol{u}+(\nabla\boldsymbol{u})^{\mathrm{T}}) \qquad (3)$$

ここで，$\mu(=\rho\nu)$は粘性係数，ν は動粘性係数，I は単位テンソルである．

次に構造モデルの支配方程式は，鉛直たわみ変位 η およびねじれ変位 θ についての式(4)の振動方程式で表される．

$$\boldsymbol{M}\ddot{x}+\boldsymbol{C}\dot{x}+\boldsymbol{K}x=p \qquad (4)$$

ここで，

$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix} mD^2 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}\quad \boldsymbol{C}=\begin{bmatrix} 2mD^2\delta_\eta f_\eta & 0 \\ 0 & 2I\delta_\theta f_\theta \end{bmatrix} \qquad (5)$$

$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix} 4mD^2\pi^2 f_\eta^2 & 0 \\ 0 & 4I\pi^2 f_\theta^2 \end{bmatrix}\quad x=\begin{bmatrix} \eta/D \\ \theta \end{bmatrix}\quad p=\begin{bmatrix} DL \\ M \end{bmatrix} \qquad (6)$$

であり，δ_η，δ_θ は構造減衰率，f_η，f_θ は固有振動数，m，I は質量と慣性モーメントを表す．

3．解析手法

数値流体解析には丸岡ら[3]が提案している IBTD/FS 有限要素法を用いる．本解析手法では，運動方程式は IBTD 法，連続式は FS 法により離散化され，流速と圧力は分離して求まり，それぞれ陰的に解くことになるが，代数方程式の行列が対称となるため，対称行列用の代数方程式で効率よく解析することができる．代数方程式の解法には SCG 法を用いる．また，有限要素には流速と圧力に対して双 1 次の四角形要素を用いる．また，乱流モデルは LES の Smagorinsky SGS モデルを用いる．

上述の手法で、静的解析及び動的解析を行う。動的解析では，検討断面の振動状態は強制加振の後、自由振動へと移行させる．強制振動法は，静的解析における定常状態になったものを初期条件として与え，加振振幅 $\eta_0=0.1D$ とする．その後、強制振動法で十分に解析を行った後の結果を，自由振動法における初期条件として与える．自由振動法は，たわみ及びねじれの 1 自由度振動方程式に直接時間積分法の線形加速度法を適用し，振動応答を求める．また，スクルートン数は無次元量として式(7)のように定義する．

$$S_{C\eta}=\frac{2m\delta_\eta}{\rho D^2}\qquad S_{C\theta}=\frac{2I\delta_\theta}{\rho D^4} \qquad (7)$$

4．解析条件

解析領域を図-1 に示す．円柱直径を D とした場合，円柱前方と側方を $7.0D$，円柱後方を $20.5D$，アスペクト比は 2.0 である．境界条件は，Γ_1 で一様流速，Γ_2 で流体の表面応力 0，Γ_3 で slip，Γ_4 で円柱の移動速度を与え，円柱上の視点で考えると non-slip としている．Γ_5 で周期境界条件を与えている．

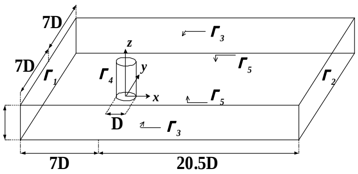


図-1 解析領域

解析条件を表-1 に示す．一様流入

キーワード ： 円柱、ＣＦＤ、渦励振、ＡＬＥ法
連絡先 ： 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27　tel. 03-3817-1816　fax. 03-3817-1803

風速 U_∞は円柱直径 D を用いて次式で無次元化される．

$$U_{r\eta} = \frac{U_\infty}{f_\eta D} \qquad (8)$$

また，構造減衰率と質量比は，式(7)を満たすように設定する．

メッシュ分割は，断面近傍で節点を集中的に配置している．また，河井らの円柱の風洞実験と対応させ，スクルートン数を 1.5，Reynolds 数を 2.0×10^4 とする．なお，本論においては鉛直たわみ変位 η に着目し，流れ方向の変位およびねじれ変位 θ については拘束されているものとする．

5．解析結果及び考察

図-2 に自由振動状態における振動応答を，**図-3** に無次元風速に対応した定常振幅時の円柱後流渦の卓越振動数特性を示す．ここで**図-2** の縦軸は無次元振幅 η_{rms}/D を，**図-3** の縦軸は振動数比 f_w/f_η を，横軸はそれぞれ無次元風速 $U_{r\eta}$ を表す．河井らの風洞実験によれば，$U_{r\eta}$=5.0 付近から励振が開始され，$U_{r\eta}$=6.5 で最大振幅 η_{rms}/D=0.26 に達し，その後 $U_{r\eta}$=10.0 付近まで励振が持続する．また，*lock-in* 現象が生じているのは $U_{r\eta}$=5.7～7.0 付近となることが示されている．

解析結果においては，$U_{r\eta}$=4.5 付近から円柱の渦励振振動が発生し，風速が上がるにともなって振幅も増加して行く．$U_{r\eta}$=6.0 で最大振幅 η_{rms}/D=0.26 を示し，ここから風速が上がるにともなって振幅が徐々に減少している．また，**図-3** より，$U_{r\eta}$=5.5~7.5 の風速域から f_w/f_η=1.0 を示していることから，*lock-in* 状態となっているのがわかる．この結果は，発振風速域ならびに最大振幅発生風速，さらに振幅に関してもほぼ河井の風洞実験を再現していると考えられる．

また，応答のパワースペクトルについて，河井らは実験より，これらの振動現象を振動の発生機構により 3 つの風速領域に分類している．

まず，領域Ⅰを，励振開始時から *lock-in* が起こるまでの領域とする．この領域では，応答のパワースペクトルには 2 つのピークが存在し，1 つは円柱の固有振動に伴うもので，もう 1 つはカルマン渦発生に伴うものである．励振が開始されるとともに，カルマン渦発生が助長され，円柱には周期的変動が働くようになるが，この応答のパワースペクトルは円柱の固有振動数とは一致せず，すなわち *lock-in* は発現せず，風速の増大とともに徐々に増大する．**図-4(a)**に，解析での $U_{r\eta}$=5.0 における応答のパワースペクトルを示す．0.18Hz 付近のピークは円柱の固有振動に伴うピークで，0.16 付近のピークはカルマン渦発生に伴うピークであると考えられる．

次に領域Ⅱを，*lock-in* が生じる領域とする．この領域では，応答のパワースペクトルのピークは 1 つとなり，カルマン渦は円柱の固有振動数と同期して，*lock-in* が生じる．なお，風洞実験においては $U_{r\eta}$=5.7～7.0 付近，解析においては，$U_{r\eta}$=5.5～7.5 の領域を示す．**図-4(b)**に解析において最大振幅を示した $U_{r\eta}$=6.0 における応答のパワースペクトルを示す．

次に領域Ⅲを，*lock-in* からはずれた後から，励振が収まるまでとする．**図-4(c)**に *lock-in* 後の $U_{r\eta}$=8.0 における応答のパワースペクトルを示す．この領域では，応答のパワースペクトルには固有振動数に伴うピーク以外に，固有振動数の半分程度の周波数付近にもう一つのピークが存在する．この領域では，*lock-in* は生じていないと考えられ，この振動現象の継続は,空力負減衰に伴う空力不安定振動によるものと考えられる．

6．おわりに

本報では 3 次元円柱の渦励振現象について，一様流中での 3 次元数値流体解析を行うとともに，風洞実験との比較，検証を行った． その結果，振動応答及び後流渦の卓越振動数特性，また，励振の発生機構により分類したそれぞれの領域における応答のパワースペクトルから，振動現象の発現から収束に至るまで，概ね渦励振現象を再現できると考えられる．

今後，この結果から，可視化による評価により，振動現象の発生機構について検討を行う予定である．

表-1 解析条件

解析ケース	3次元解析
Reynolds数	2.0×10^4
総節点数	14190×21
総要素数	14000×20
周方向分割数	160
軸方向長さ L	2.0D
軸方向分割数	20
最小分割幅	0.0005D
時間増分 Δt	0.02D/U
モデル定数 Cs	0.1
無次元風速 Ur_η	3.0~9.0
加振振幅 η_0	0.1D
構造減衰率 δ_η	1%
スクルートン数 S_{Cy}	1.5
質量比 $m/\rho D^2$	75

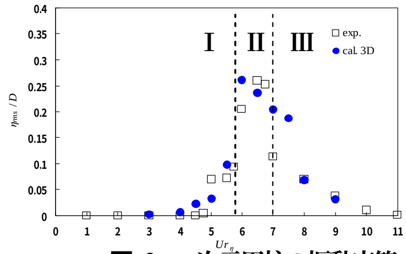


図-2 3次元円柱の振動応答

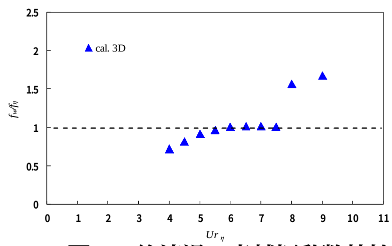
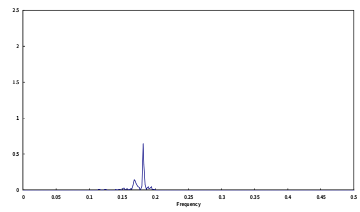
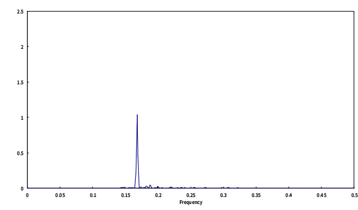


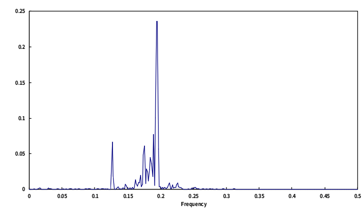
図-3 後流渦の卓越振動数特性



(a)　無次元風速 $U_{r\eta}$=5.0



(b)　無次元風速 $U_{r\eta}$=6.0



(c)　無次元風速 $U_{r\eta}$=8.0

図-4
各無次元風速における応答のパワースペクトル

＜参考文献＞
1）　Wootton, L. R. : Aerodynamic stability, Summary of Proceedings of CIRIA Seminar, The modern design of Wind-sensitive Structures, 1970, pp65-81
2）　河井宏允，二井啓，藤波潔：リブ付き円柱の渦励振とギャロッピング，第15回風工学シンポジウム論文集，pp461-466, 1998.
3）　丸岡晃，太田真二，平野廣和，川原睦人：同次補間を用いた陰的有限要素法による非圧縮粘性流れの解析，構造工学論文集 Vol.42A, pp383-394, 1997