電磁波レーダー法および随伴変数法に基づく鉄筋径およびかぶりの数値的決定法に関する研究

中央大学大学院 理工学研究科土木工学専攻 学生会員 ○ 王 会娟
九州大学 情報基盤研究開発センター 正会員 倉橋 貴彦
中央大学 理工学部土木工学科 正会員 大下 英吉

1．はじめに

近年，鉄筋コンクリート構造物の維持管理の重要性が高まり，実用的かつ高精度な劣化診断技術の確立が急務となってきている。特に，鉄筋のかぶり，鉄筋径や間隔と言った配筋状態を非破壊手法で予測することは，鉄筋腐食，かぶりコンクリートの剥落，構造物の耐苛力という耐久性能や構造物性能のみならず，施工管理においても非常に重要である。本研究は，レーダー法により鉄筋のかぶりや径，かぶりコンクリートの含水率やその分布を密な配筋状態においても評価することのできる非破壊検査手法の確立に向けた基礎的研究と位置付け，随伴変数法に基づく有限要素法を適用した形状最適化理論に基づき，鉄筋のかぶりと径を同時に評価する手法を構築するものである。

2．鉄筋径およびかぶりの決定方法の構築

2.1 評価関数

本研究は，コンクリート表面において計測された計測値 $u_{obj.}$ と計算値 u の残差二乗和を評価関数（式(1)）として設定し，評価関数を最小とする設計変数（鉄筋周りの境界座標 x_i）を求めることになる。

$$J = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f}\int_{\Omega}(u-u_{obs.})Q(u-u_{obs.})d\Omega dt \tag{1}$$

ここに t_f はシミュレーションの終端時刻，Q は重み定数であり，重み定数 Q は計測点において 1，それ以外においては 0 と設定する。本研究における形状最適化問題においては，式(2)に示す波動方程式および式(3)～式(6)に示す初期・境界条件のもとで評価関数を最小とする鉄筋径およびかぶりを求めることとなる。

$$\ddot{u} - c^2 u_{,ii} = 0 \tag{2}$$

$$u = \hat{u} \quad at \quad t = t_0 \quad in \quad \Omega \tag{3}$$

$$\dot{u} = \hat{\dot{u}} \quad at \quad t = t_0 \quad in \quad \Omega \tag{4}$$

$$u = \hat{u} \quad on \quad \Gamma_1 \tag{5}$$

$$b = c^2 u_{,i} n_i = \hat{b} \quad on \quad \Gamma_2 \tag{6}$$

ここで Γ_1 は電磁波動を入力する境界，Γ_c は鉄筋周りの境界を示し，Γ_2 はそれ以外の境界を意味する。

2.2 停留条件

式(2)～式(6)に示した拘束条件のもと評価関数を最小とする問題を解く際，随伴変数 λ を導入することで式(7)に示す拡張評価関数を得ることとなる。

$$J^* = J + \int_{t_0}^{t_f}\int_{\Omega}\lambda\left(\ddot{u} - c^2 u_{,ii}\right)d\Omega dt \tag{7}$$

拡張評価関数の最小化問題を議論するに当たり停留条件の導出を行う。拡張評価関数 J^* の第一変分を計算することにより随伴方程式および随伴変数に対する終端・境界条件として式(8)～式(12)が導かれる。

$$\ddot{\lambda} - c^2\lambda_{,ii} + (u - u_{obs.})Q = 0 \tag{8}$$

$$\lambda = 0 \quad at \quad t = t_f \quad in \quad \Omega \tag{9}$$

$$\dot{\lambda} = 0 \quad at \quad t = t_f \quad in \quad \Omega \tag{10}$$

$$\lambda = 0 \quad on \quad \Gamma_c \tag{11}$$

$$s = c^2\lambda_{,i} n_i = 0 \tag{12}$$

また，境界 Γ_c においては，式(13)に示す拡張評価関数 J^* の座標値 x_i に対する勾配の式が導出され，繰り返し計算によりこの勾配の値をゼロとするように，鉄筋まわりにおける座標値の更新が行われる。

$$\frac{\partial J^*}{\partial x_i} = \int_{t_0}^{t_f}(c^2\lambda_{,i} n_i)u_{,i}dt \tag{13}$$

2.3 状態方程式と随伴方程式の離散化

状態変数および随伴変数に対して，それぞれ速度の変数 v と μ を導入し，重み関数を乗じ，各要素領域において積分することで，状態変数に対する重み付き残差方程式（式(14)(15)）および随伴変数に対する重み付き残差方程式（式(16)(17)）が得られる。

$$\int_{\Omega_e} v^*(\dot{v} - c^2 u_{,ii})d\Omega = 0 \tag{14}$$

$$\int_{\Omega_e} u^*(\dot{u} - v)d\Omega = 0 \tag{15}$$

$$\int_{\Omega_e} \mu^*\left\{\dot{\mu} - c^2\lambda_{,ii} + Q(u - u_{obs.})\right\}d\Omega = 0 \tag{16}$$

キーワード 電磁波レーダー法，随伴変数法，有限要素法，鉄筋径，かぶり

連絡先 〒112- 8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学大学院 理工学研究科土木工学専攻 TEL 03-3817-1892 E-mail：wanghuijuan@civil.chuo-u.ac.jp

$$\int_{\Omega_e} \lambda^*(\dot{\lambda}-\mu)d\Omega = 0 \tag{17}$$

ここで，空間方向に対しては三角形一次の形状関数を用いたガラーキン法を適用し，また時間方向に対しては陽的オイラー法を適用することで最終的に式(14)～式(17)に対する有限要素方程式を得ることとなる [1]。以上の定式化により導出された有限要素方程式の計算を行うことで，計算領域内における状態変数および随伴変数の値が算出されることとなる。

2.4 拡張評価関数の最小化手法

Sakawa・Shindo によって提案された勾配法 [2]に基づき，拡張評価関数にペナルティ項を付加した修正拡張評価関数(式(18))を用いて停留条件を導出することにより, 鉄筋周りの境界 Γc における座標 x_i の更新式は式(19)のように表すことができる。

$$K^{(l)} = J^{*(l)} + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f}\int_{\Gamma_1} XW^{(l)}Xd\Gamma dt \tag{18}$$

$$X^{(l+1)} = X^{(l)} - \frac{1}{W^{(l)}}\frac{\partial J^{*(l)}}{\partial u^{(l)}}\frac{\partial u^{(l)}}{\partial x_i^{(l)}} \quad on \quad \Gamma_c \tag{19}$$

ここで計算アルゴリズムは以下のようになる。

Step1 境界 Γ_c 上における鉄筋周りの座標値 $x_i^{(l)}$ および収束判定定数 ε を設定する。 $(t_0 \rightarrow t_f)$

Step2 状態方程式より $u^{(l)}$ を算定し，評価関数 $J^{(l)}$ を計算する。 $(t_0 \rightarrow t_f)$

Step3 随伴方程式より $\lambda^{(l)}$ を算定し，拡張評価関数 $J^{*(l)}$ の座標値 $x_i^{(l)}$ に対する勾配 $\partial J^{*(l)} / \partial x_i^{(l)}$ を計算する。 $(t_f \rightarrow t_0)$

Step4 式(19)をもとに座標値を更新し $x_i^{(l+1)}$ とする。

Step5 収束判定を行う。

If $\left|J^{(l+1)} - J^{(l)}\right| < \varepsilon$ then Stop

Else goto Step 6

Step6 状態方程式より $u^{(l+1)}$ を算定し，評価関数 $J^{(l+1)}$ を計算する。 $(t_0 \rightarrow t_f)$

Step7 重みパラメータ $W^{(l)}$ の更新を行う。

If $J^{(l+1)} \le J^{(l)}$ then $W^{(l+1)} = 2.0W^{(l)}$ goto Step3

Else $W^{(l+1)} = 0.9W^{(l)}$ goto Step4

3．鉄筋径およびかぶりの決定問題に対する数値実験

3.1 形算条件

本章では，2 章で構築した鉄筋径とかぶりの推定手法の有効性を評価する。具体的な検討方法は，まず鉄筋をかぶりが既知の状態に対して，コンクリート表面に入力点および計測点を設定し，入力波を入射させ計測点での鉄筋表面からの反射波と直達波（計測波）を順解析により算出する。次に，順解析とは異なる鉄筋径とかぶりを有する断面に対して，先の順解析において設定した入力波および算定された計測波を用いて，鉄筋形状最適化手法を適用する。最終的に，同定された鉄筋形状を順解析の鉄筋形状との比較を行うことにより本手法の有効性に関する評価を行った。計算条件としては，時間増分量 Δt(sec)を 0.1s，時間ステップ数を 10,000，初期重み $W^{(0)}$ を 100 と設定し，波速に関しては，鉄筋の比誘電率は無限大であるため，鉄筋部では 0.00m/s，コンクリート部では仮に 0.05m/s と設定することとした。

3.2 数値計算結果

同定された鉄筋径および位置を**表－1** に整理する。算出された重心点の座標値は正解と仮定した重心点の座標値と概ね等しい値が得られているが，かぶりおよび半径の値に関しては若干の差異があることから，今後計算精度を向上させるためには更なる工夫が必要となる。

表－1 鉄筋形状同定結果

	重心位置(m)		かぶり(m)	半径(m)
	X	Y	H	R
初期	0.4293	0.5707	0.2293	0.2000
解析後	0.4951	0.5105	0.3715	0.1179
正解	0.50	0.50	0.40	0.10
誤差	0.0049	0.0105	0.0285	0.0179
誤差率(%)	0.98	2.10	7.13	17.90

4．おわりに

本研究においては，有限要素法および随伴変数法に基づき鉄筋径およびかぶりの推定計算に関する定式化を行い，方法論の有効性に関する検証を行った。本研究では，コンクリートの物性値は実際の値とは異なる値で設定し数値実験を行っていることから，将来的にはコンクリートの比誘電率および実際の送受信データを用いて本手法の有効性を検証していく予定である。

参考文献

1) Krenk,S.: Dispersion-corrected explicit integration of the wave equation,Comput.MethodsAppl.Mech.Engrg191, pp.975-987,2001.

2) Y.Sakawa and Y.Shindo : On Global Convergence of An Algorithm for Optimal Control ,IEEE Trans.on Automatic Control,Vol.ac-25,No.6,pp.1149-1153,1980.