ゲーム論的交通均衡モデルの構造推定

東京工業大学大学院　学生会員　○柳沼　秀樹
東京工業大学大学院　　正会員　　福田　大輔

１．はじめに

一般的に用いられる非集計タイプの経路選択モデルでは混雑は外生変数として扱われており, 混雑現象が個人の選択行動の積み上げとして発生していることを踏まえれば, 選択行動に混雑を内生化する必要がある．つまり，個人と他者間に働く相互作用として混雑を内生化し, 均衡論的枠組みで選択行動を記述することが望ましい．一方，ネットワーク均衡配分では, 所要時間を介した相互作用が考慮されているが, 個人の選択行動から明確に定義されない間接的なものである. くわえてパラメータは外生的に値を移転するケースがほとんどである．近年, 相互作用が優位に働く交通現象において何らかの政策を実行した場合に, その効果は相互作用の影響により左右されると指摘されている．このことより，従来のモデル構造およびパラメータ設定による予測や政策評価は誤った結果をもたらす可能性が示唆される.

以上の問題意識から，本研究では Viauroux が構築した混雑を内生的に考慮した機関選択モデルと, 同モデルのパラメータ推定手法を検討する.

２．Viauroux モデル [1), 2)]

Viauroux モデルは混雑を介したゲーム論的均衡を前提としており, 個人の期間内における交通機関およびトリップ回数の同時選択を表現している. 以下に概要を示す．なお表記は基本的に Viauroux に従う.

各個人$i \in I$は混雑に対して認知タイプ$\theta_i \in \Theta$を形成し，ベータ分布Fに従うと仮定する．タイプθ_iを未知と仮定した場合, 情報不完備ゲームとして定式化でき，Bayesian Nash 均衡に基づく選択行動を表現できる. 期間内に自動車とバスの選択を想定すると以下の 4 つの状況が想定される.

①トリップを行わない;
②自動車を選択し，k回トリップを行う;
③バスを選択し，n回トリップを行う;
④自動車, バスを選択し, 各k,n回トリップを行う.

これは交通機関(の組合せ)選択と各トリップ回数選択を同時に表現している. 以上を踏まえ, 各選択確率はポアソン分布を仮定したトリップ回数の確率と Logit 型の機関選択確率の積として式(1)で表される.

$$
\begin{aligned}
P_{i1} &= \int_{\Theta_i} \frac{e^{V_{i1}}}{\sum_{j=1}^{4} e^{V_{ij}}} dF(\theta_i) \\
P_{i2}^{k} &= \int_{\Theta_i} \frac{\exp(-q_i^{c*})(q_i^{c*})^k}{k!(1-\exp(-q_i^{c*})} \cdot \frac{e^{V_{i2}}}{\sum_{j=1}^{4} e^{V_{ij}}} dF(\theta_i) \\
P_{i3}^{n} &= \int_{\Theta_i} \frac{\exp(-q_i^{b*})(q_i^{b*})^n}{n!(1-\exp(-q_i^{b*})} \cdot \frac{e^{V_{i3}}}{\sum_{j=1}^{4} e^{V_{ij}}} dF(\theta_i) \\
P_{i4}^{kn} &= \int_{\Theta_i} \frac{\exp(-q_i^{c*})\exp(-q_i^{b*})(q_i^{c*})^k (q_i^{b*})^n}{k!n!(1-\exp(-q_i^{c*})(1-\exp(-q_i^{b*})} \cdot \frac{e^{V_{i4}}}{\sum_{j=1}^{4} e^{V_{ij}}} dF(\theta_i)
\end{aligned}
\tag{1}
$$

$$
\begin{aligned}
V_{i1}(\theta_i) &= hw_i \\
V_{i2}(\theta_i) &= \alpha q_i^c(\theta_i) + h(w_i - a_i^c) \\
V_{i3}(\theta_i) &= (1-\alpha) q_i^b(\theta_i) + h(w_i - a_i^b) \\
V_{i4}(\theta_i) &= \alpha q_i^c(\theta_i) + (1-\alpha) q_i^b(\theta_i) + h(w_i - a_i^c - a_i^b)
\end{aligned}
\tag{2}
$$

$$
q_i^c(\theta_i) = \frac{\theta_i}{s_{-i}} e^{\psi_i^c - \frac{hp_i^c}{\alpha}}, \quad q_i^b(\theta_i) = \frac{\theta_i}{s_{-i}} e^{\psi_i^b - \frac{hp_i^b}{(1-\alpha)}} \tag{3}
$$

ここで, 式(1)に含まれるV_iは効用関数で式(2)となり, $q_i^c(\theta_i), q_i^b(\theta_i)$は各交通機関の最適トリップ量で式(3)より表される．またψ_i^c, ψ_i^bは快適性，p_i^c, p_i^bは 1 回あたりの費用，a_i^c, a_i^bは固定費用を表す．式(3)内のs_{-i}は効用に影響を及ぼす混雑外部性で式(4)に示すような, 他者の行動から得られる平均トリップ数で定義され，θ_iの母数パラメータμを用いた期待値で混雑認知の不完全性を考慮している.

$$
s_{-i} = \left(\frac{1}{(1+\mu)I} \sum_{j \in I} e^{\psi_i^c - \frac{hp_i^c}{\alpha}} \right)^{0.5} \tag{4}
$$

推定すべき構造パラメータは自動車の限界効用α, 所得w_iの限界効用hおよびθ_iの母数パラメータμである．またψ_i^c, ψ_i^bに具体的な関数を考慮した場合はそれらのパラメータも推定する.

キーワード　ゲーム理論，機関選択モデル，構造推定，擬似最尤法

連絡先　〒152-8552　東京都目黒区大岡山 2-12-1　東京工業大学　TEL：03-5734-2577　E-mail：yaginuma@plan.cv.titehch.ac.jp

Viauroux は家計調査データを用いて実証分析を行っている. パラメータ推定には最尤推定法を用いているが, 具体的な推定手法を提示していない. さらに均衡モデルにおいて, 通常の最尤推定法では選択と相互作用間でフィードバックが行われないため推定量の妥当性に疑問が残る. そのため, 的確なパラメータ推定手法の検討が必要である.

表 1 モンテカルロ実験の設定値

パラメータ		設定値
α		0.700
h		2.000
μ		0.300
変数	乱数	レンジ, 形状
p_i^c	一様	0.000～1.000
p_i^b	一様	0.000～0.500
a_i^c	一様	0.000～1.000
a_i^b	一様	0.000～0.500
ψ_i^c	一様	1.500～2.500
ψ_i^b	一様	1.500～2.500
w_i	一様	10.00～50.00
ε_{ij}	ガンベル	0.000 , 1.000

表 2 乱数データによる推定結果

パラメータ	設定値	推定値	t値
α	0.700	0.837	17.002 **
h	2.000	2.383	14.063 **
μ	0.300	0.378	－
平均尤度	－	-1.225	
サンプル数		500	

※ two-step PML の推定値を示している

※μ はグリットサーチのため t 値なし

**: 1%有意

３. 構造推定

均衡状態を仮定したモデル推定は, 構造モデルから誘導モデルを導出して行うのが一般的である. しかし, パラメータの識別や構造モデルとの一致性が問題となり, 推定値の妥当性およびそれを用いた評価への信頼性が懸念される. 近年, 構造モデルより直接推定を行う「構造推定」が盛んに研究され, 実証研究に用いられている. 本研究では, 構造推定手法である擬似最尤法(PML)とシミュレーション積分を統合した推定手法を提案する. PML とは, 式内部に含まれる相互作用変数およびそれらの関数に対して, 観測データなどから適切な初期値を用いて擬似的な尤度関数を構築し, 構造パラメータの推定を行う手法である. シミュレーション積分は選択確率の積分計算に用い, 乱数による近似を行う. 以下に具体的な推定手順を示す.

Step 1: 初期値設定と α, h の推定
初期値として $q_i^c(\theta_i), q_i^b(\theta_i)$ をデータから取得し, 式(2)および式(1)から初期値を用いて擬似尤度関数を作成し, 最大化アルゴリズムを用いてパラメータ α, h を推定する.
Step 2: μ の推定
上記で推定した α, h を用いて式(4)から式(1)を計算し, 同様にパラメータ μ を推定する.
Step 3: α, h の再推定
上記で得た推定値 α, h, μ を用いて式(4)から式(1)を計算し, 新たな α, h を推定する.
Step 4: 繰返し計算
Step 2 と Step 3 を推定値が収束したと判断できるまで繰返し計算を行うことで, 最終的に構造パラメータの推定が完了する.

ここで, Step 2 まで計算は two-step PML, Step 4 までの計算は NPL と呼ばれる擬似最尤法に対応している. また, シミュレーション積分はベータ分布 $beta(1,\mu)$ に従う θ_i を発生させて近似計算を行う. 推定手順においてα, h と μ が異なるステップで算出されるが, これは $q_i^c(\theta_i), q_i^b(\theta_i)$ を初期値を用いることで μ を介さず擬似尤度が構築できるために発生している.

４. 推定結果

推定にはモンテカルロ実験によるデータを用いた. データを表 1 に示す設定に従って発生させ, 誤差項を導入した上で選択結果を作成した. ψ_i^c, ψ_i^b に具体的な関数を仮定せず乱数を用いた. これらデータセットを用いて提案推定手法による構造パラメータの推定を行った. 推定には 500 サンプルのデータを発生させ, Step 1 および 3 には最大化アルゴリズムとして BFGS を, Step 2 にはグリットサーチを適用した. ここで, μ の t 値はグリットサーチを用いているため算出されないことに注意したい. 積分計算には各個人につき 1000 回乱数を発生させ近似計算を行った.

表 2 に推定結果の一例として two-step PML の推定値を示す. 設定値と推定値は近い値に推定されていることがわかる. また, t 値は良好で統計量として満足のゆく結果を得られた. しかしながら, 1 つのデータセットによる推定であるため, 複数の異なるデータセットを用いた推定, 設定条件を変更した推定を行い, 有効性を示す必要がある.

５. おわりに

本研究では混雑外部性を導入したモデルおよび, 擬似最尤法とシミュレーション積分を統合した構造推定手法の検討を行った. 今後の課題として提案手法を用いた推定量の検証と実データを用いた推定を行う.

【参考文献】

1) Viauroux, C.: Structural Estimation of Congestion Costs, *European Economic Review*, Vol.51, pp.1-25, 2007.
2) 柳沼秀樹, 福田大輔: ゲーム論的均衡モデルの構造推定に関する基礎的研究 –混雑緩和政策を念頭に-, 土木計画学研究･講演集, Vol.36, 2007.