CIVA-格子ボルツマン法による高潮解析手法の構築

中央大学大学院　学生員　○ 楠　和也
中央大学　正会員　田中　聖三
中央大学　正会員　樫山　和男

1. はじめに

近年，数値流体力学の新しい手法として，格子ボルツマン法[1),2)] (LBM: Lattice Boltzmann Method) が注目を集めている．著者らは，これまで LBM に着目し，非構造格子に適用可能な CIVA-LBM を開発[3)]し浅水長波方程式への適用を行ってきた[4)]．CIVA-LBM は，アルゴリズムが簡便で陽的な解法であるため，高潮解析のように大規模な計算に有利であると考えられる．

そこで本論文では，CIVA-LBM の高潮解析への適用を検討するものである．数値解析例として 円柱周り流れ問題及び，矩形水槽内高潮問題を取り上げ，非構造格子の解法として一般的な有限要素法 (FEM) による結果との比較により，本手法の妥当性と有効性の検討を行う．

2. 格子ボルツマン法

(1) 格子ボルツマン方程式

格子ボルツマン法において，衝突演算項に格子 BGK モデルを用いた格子ボルツマン方程式は以下のように表わされる．

$$f_\alpha(\mathbf{x}+\mathbf{e}_\alpha\Delta t, t+\Delta t) - f_\alpha(\mathbf{x},t) = -\frac{1}{\tau}\left[f_\alpha(\mathbf{x},t) - f_\alpha^{eq}(\mathbf{x},t)\right] + \frac{\Delta t}{6e^2}e_{\alpha i}F_i \qquad (1)$$

上式において，左辺は粒子の並進過程，右辺の第 1 項目は衝突過程，2 項目は外力項をそれぞれ示している．f_α は α 方向の粒子がどれくらい存在するかということを表す粒子分布関数，f_α^{eq} は局所平衡分布関数である．

式 (1) の e は $e = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ で定義され，Δt は微小時間増分量，Δx は格子サイズである．なお，本論文では 2 次元 9 速度モデル（図-1）を用いており，粒子分布関数などの添え字 α は図の数字と対応している．また，F_i は外力項であり，以下のように与えられる．

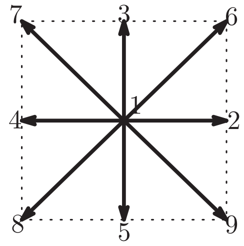
$$F_i = -gh\frac{\partial(z_b-\zeta_0)}{\partial x_i} + \frac{\tau_{wi}}{\rho} - \frac{\tau_{bi}}{\rho} + E_i \qquad (2)$$

上式において，ρ は流体密度，z_b は河床高度，ζ_0 は気圧低下に伴う水位上昇量，τ_{bi} は底面でのせん断応力，τ_{wi} は自由表面でのせん断応力，E_i はコリオリ力である．τ_{bi} および τ_{wi} は以下の式によって算出される．

$$\tau_{bi} = \rho C_b u_i\sqrt{u_j u_j} \qquad (3)$$

$$\tau_{wi} = \rho_a C_w u_{wi}\sqrt{u_{wj}u_{wj}} \qquad (4)$$

式 (3) において，C_b は底面摩擦であり，Chezy の係数 ($C_z = h^{\frac{1}{6}}/n$) を用いて以下の式によって決定される．なお，n はマニングの粗度係数である．



図－１　2 次元 9 速度モデル

$$C_b = \frac{g}{C_z^2} \qquad (5)$$

また，式 (4) において，ρ_a は空気の密度，u_w は風速を表す．C_w は抗力係数であり，以下の本多・光易の式を用いる．

$$C_w = \begin{cases} (1.290 - 0.024\,|w|)\times 10^{-3} & (|w| \le 8) \\ (0.581 + 0.063\,|w|)\times 10^{-3} & (|w| \ge 8) \end{cases} \qquad (6)$$

また式 (1) において，τ は単一時間緩和係数と呼ばれる定数であり，1 タイムステップの衝突で粒子が格子点上において一定の割合 $\frac{1}{\tau}$ で局所的な平衡状態に近づいていくことを示している．τ は，鉛直方向に積分された渦動粘性係数 ν_e と以下のような関係にある．

$$\tau = \frac{3\nu_e}{e^2\Delta t} + \frac{1}{2} \qquad (7)$$

(2) 局所平衡分布関数

局所平衡分布関数は，ある空間内において平衡状態になった場合の粒子の分布を表す関数であり，巨視的変数である全水深と流速によって決定され，以下の式で表される．

$$f_\alpha^{eq} = \begin{cases} h - \frac{5gh^2}{6e^2} - \frac{2h}{3e^2}u_i u_i & \alpha = 1 \\ \frac{gh^2}{6e^2} + \frac{h}{3e^2}e_{\alpha i}u_i + \frac{h}{2e^4}e_{\alpha i}e_{\alpha j}u_i u_j - \frac{h}{6e^2}u_i u_i & \alpha = 2\text{~}5 \\ \frac{gh^2}{24e^2} + \frac{h}{12e^2}e_{\alpha i}u_i + \frac{h}{8e^4}e_{\alpha i}e_{\alpha j}u_i u_j - \frac{h}{24e^2}u_i u_i & \alpha = 6\text{~}9 \end{cases} \qquad (8)$$

上式において，h は全水深，u_i は流速，g は重力加速度である．

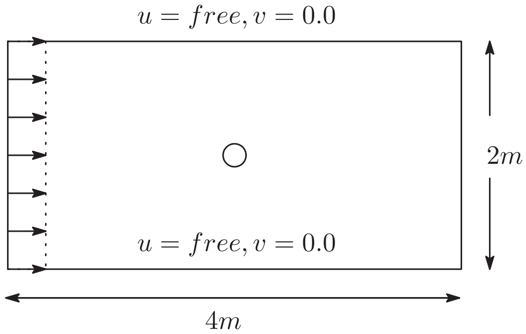
(3) 流れの巨視的変数

流体の巨視的変数である全水深及び速度は，その粒子分布関数と粒子の並進速度ベクトルを用いて以下のように計算される．

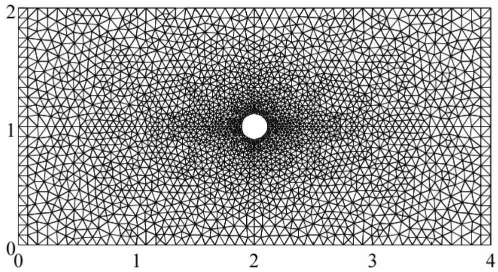
$$h = \sum_\alpha^9 f_\alpha \qquad (9)$$

$$\mathbf{u} = \frac{1}{h}\sum_\alpha^9 \mathbf{e}_\alpha f_\alpha \qquad (10)$$

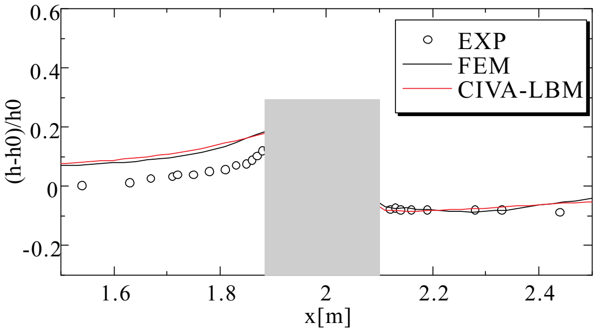
KeyWords：　格子ボルツマン法，非構造格子，浅水長波解析，高潮解析
連絡先：　〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27　E-mail kusunoki@civil.chuo-u.ac.jp



図－２　解析モデル



図－３　解析に用いたメッシュ図



図－４　水面形状の比較

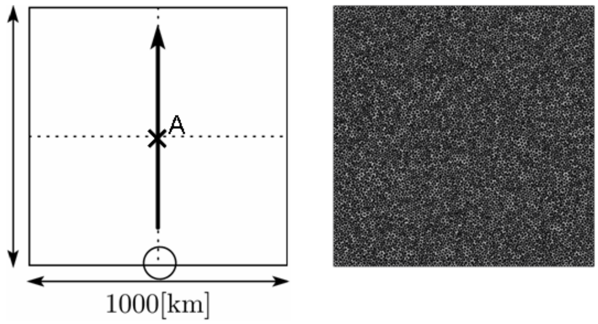
3.　数値解析例

一つ目の数値解析例として，CIVA-LBM の浅水長波方程式への適用の有効性を検証するため円柱周り流れ問題を，二つ目の数値解析例として吸い上げ効果及び，自由表面でのせん断力を考慮した矩形水槽内高潮問題を取り上げた．

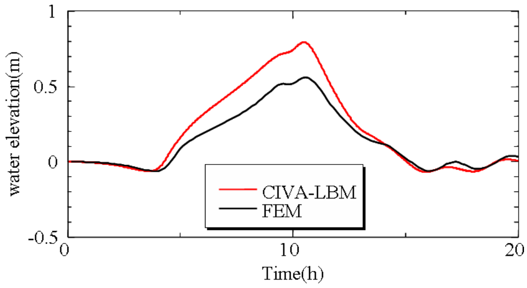
(1)　円柱周り流れ問題

図-2 に解析モデルを示す．流入部では流量 $Q = 0.248[m^3/sec]$ を流入させ，流出部では，$h = 0.185[m]$ を課すものとする．また，側面の固定壁面は slip 条件とし，円柱の半径は $0.11[m]$ として解析領域の中心に配置し，円柱周りは non-slip 条件とした．なお，単一時間緩和係数は 1.982，マニングの粗度係数 n は，$0.0012[sec/m^{\frac{1}{3}}]$ とした．CIVA-LBM の有効性を検討するため，図-3 に示す総節点数 2554，総要素数 4932 の同じメッシュを用いた時の解析精度について本手法と FEM との比較を行う．微小時間増分量は CIVA-LBM，FEM ともに $0.002[sec]$ とした．

解析結果として図-4 に 58 秒後における水面形状の比較図を示す．図より，同じメッシュを用いて解析した場合，CIVA-LBM は FEM と比べて若干実験値と離れているもののほぼ同程度の精度が得られていることがわかる．



図－５　**解析モデル及びメッシュ図**



図－６　A 点における水位変動の時刻暦

(2)　矩形水槽内高潮問題

図-5 に台風経路及びメッシュ図を示す．総節点数は 10546，総要素数は 20694 である．台風の中心気圧 P_c は $940[hpa]$，台風半径 r_0 は $100[km]$ とした．なお，境界条件は壁面全部を slip 条件として微小時間増分量は $100[sec]$ として計算を行った．

解析結果として，図-6 に解析モデルの中における A 点の水位変動の時刻暦を示す．これにより，CIVA-LBM は FEM よりも水位の上昇量が大きくなっているが，いずれの手法においても台風の接近に伴って水位が上昇し，台風が離れることにより水位の上昇が収まる様子が確認できる．

4.　終わりに

本論文では，CIVA-LBM による高潮解析手法の提案を行った．数値解析例として円柱周り流れ問題及び矩形水槽内高潮問題を取り上げ，FEM の結果と比較検討した結果，CIVA-LBM は，FEM と同程度の解析精度を得ることができ，解析精度の観点から本手法の妥当性を確認できた．

今後の課題としては，複雑形状を有する問題への適用等が挙げられる．

参考文献

1) Chen,S., and Doolen,G.D.： Lattice Boltzmann Method for Fluid Flow, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **30**, pp.329-364, 1998. *Oxford University Press*, 2001.
2) 稲室隆二：格子ボルツマン法, 物性研究, pp.197-232, 2001.
3) 立石絢也，樫山和男：CIVA-格子ボルツマン法による非構造格子を用いた非圧縮性粘性流体の解析，応用力学論文集，土木学会，**Vol.7**, pp323-329,2004.
4) 石川裕士，立石絢也，樫山和男：非構造格子に基づく CIVA-格子ボルツマン法による浅水長波流れ解析，第 19 回数値流体力学シンポジウム論文講演集（CD-ROM），2005.