

建物周辺気流解析に対する安定化有限要素法の精度検証

中央大学大学院 学生員 八田 政知
 中央大学大学院 学生員 岸 昌由
 中央大学 正会員 田中 聖三
 中央大学 正会員 櫻山 和男

1. はじめに

都市域において、良好な大気環境を創出するためには、都市計画の段階から、ビル風などの大気環境の予測・検証を行う必要がある。都市域の大気環境問題で取り扱われる流れは、一般に Reynolds 数が非常に大きく、そして、建物周辺では、剥離、再付着、循環などさまざまな流れの性状を含み複雑な乱流場を形成する。また、数値解析により都市の大気環境流れ解析を定量的に行うためには、構造物や地形などを正確に表現することが望まれる。これらの任意複雑形状の適合性において、有限要素法は優れた手法であるといえる。

これまで、仲嶋らにより Smagorinsky モデル¹⁾を用いた安定化有限要素法²⁾による平行平板間乱流の LES を行ってきた³⁾。しかし、建物周辺気流などの複雑な流れ場での検討は十分ではなかった。そこで本論文では、複雑乱流場における本手法の精度検証を行った。数値解析例として立方体周辺気流解析を取り上げ、既存の実験値^{4),5)} および数値解析解^{4),5)} と比較を行った。また、境界条件の違いが解析精度に及ぼす影響についても検討を行った。

2. 数値解析手法

(1) 基礎方程式

非圧縮粘性流体を考え、無次元化、フィルタリングを施した、Grid Scale (GS) の運動方程式、連続式はそれぞれ式 (1), (2) で表される。

運動方程式；

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

連続式；

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3)$$

\bar{u}_i , \bar{p} はそれぞれフィルタリングを施した流速、圧力である。 $Re (= UL/\nu)$ は Reynolds 数である。但し、 U は代表流速、 L は代表長さ、 ν は動粘性係数をそれぞれ表している。また、 τ_{ij} は Subgrid Scale (SGS) 応力を表す。格子で捉えることのできない乱れの流れ場に与える影響は、 τ_{ij} を通じて GS の運動方程式に現れる。

(2) Smagorinsky モデル

SGS 応力 τ_{ij} は、Smagorinsky モデル¹⁾により以下のようモデリングされる。

$$\tau_{ij} = -2\nu_{SGS} \bar{S}_{ij}, \quad \bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

\bar{S}_{ij} は GS の変形速度テンソルである。 ν_{SGS} は SGS 渦粘性係数であり、式 (5) で表される。

$$\nu_{SGS} = (C_s f_s \Delta)^2 (2\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{1/2} \quad (5)$$

$$\Delta = V_e^{1/3} \quad (6)$$

$$f_s = 1 - \exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right), \quad A^+ = 25 \quad (7)$$

C_s は Smagorinsky 定数、 Δ はフィルター幅であり、 V_e は四面体要素の体積である。 f_s は van Driest の壁面減衰関数であり、式中の $y^+ (= u_\tau y/\nu)$ は壁座標、 A^+ は無次元定数、 $u_\tau (= \sqrt{\tau_w/\rho})$ は壁面せん断速度、 $\tau_w (= \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{wall})$ は壁面せん断応力である。

(3) 境界条件

Dirichlet 型、Neumann 型の境界条件は、それぞれ式 (8), (9) のように与えられる。

$$\bar{u}_i = g_i \quad \text{on } \Gamma_g \quad (8)$$

$$\left\{ -\bar{p} \delta_{ij} + 2 \left(\frac{1}{Re} + \nu_{SGS} \right) \bar{S}_{ij} \right\} n_j = k_i \quad \text{on } \Gamma_k \quad (9)$$

ここで、 g_i , k_i はそれぞれ流速、トラクションの既知量、 n_j は外向き単位法線ベクトルを表す。

(4) 安定化有限要素法

基礎方程式 (1), (2) に対して、移流卓越・圧力振動を抑えるために、SUPG/PSPG 法に基づく安定化有限要素法²⁾を適用し、P1/P1 (流速・圧力 1 次) 要素を用いて空間方向の離散化を行った。時間方向の離散化には 2 次精度を有する Crank - Nikolson 法を用いた。移流項における移流速度 \bar{u}_i は 2 次精度 Adams - Bashforth 法により近似した。なお、連続式、圧力は陰的に取り扱っている。連立一次方程式の解法には、Element-by-Element Bi-CGSTAB2 法を用いた。

3. 数値解析例

複雑乱流場における本手法の精度検証を行うために、立方体周辺気流解析を行い、既存の実験値^{4),5)} および数値解析解^{4),5)} と比較を行った。

KeyWords: 安定化有限要素法, LES, Smagorinsky モデル

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: hatta@civil.chuo-u.ac.jp

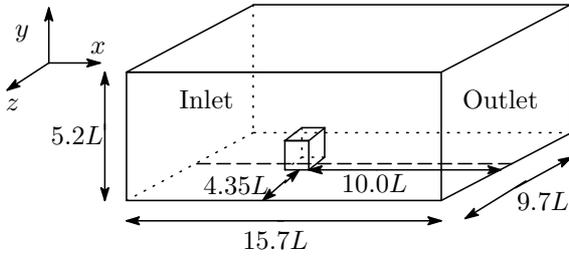


図-1 解析領域

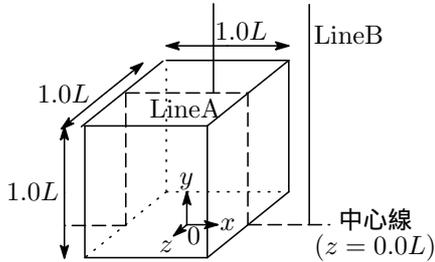


図-2 立方体周辺拡大図

表-1 解析ケース

	底面および立方体壁面の境界条件
Case1	linear-1/7 power law 型 2層モデル
Case2	non-slip

(1) 解析条件

図-1に解析領域, 図-2に立方体周辺拡大図, 表-1に解析ケースを示す. Case1, 2に共通して, 境界条件は, 流入境界は $\bar{u} = y^{(1/4)}$, $\bar{v} = \bar{w} = 0.0$. 流出境界は自由流出境界. 側面および上端面は slip 条件とした. 数値解析に用いたメッシュは, x, y, z 方向にそれぞれ $63 \times 34 \times 48$ 分割し, 最小メッシュ分割幅は $4.16 \times 10^{-2}L$ の不等分割メッシュを用いた. そして, Reynolds 数は 84000, 微小時間増分量は 1.0×10^{-3} , Smagorinsky 定数は村上らの数値解析^{4), 5)}を参考とし 0.12 とした. 図-2より, 測定地点は立方体中心の底面を原点として, LineA は $x = 0.2L, y = 1.0L \sim 1.5L, z = 0.0L$, LineB は $x = 1.0L, y = 0.0L \sim 1.5L, z = 0.0L$ とし, 流速 \bar{u} の時間平均 (無次元時間 70~100) を測定した.

(2) 解析結果

図-3(a),(b)にそれぞれ LineA, LineB での流速 \bar{u} の時間平均を, 表-2に再付着距離の比較を示す.

図-3(a)より, Case1 は実験値および村上らの数値解析解より屋上面付近で流速を過大に評価しているが, 定性的に一致していることが確認できる. 一方, Case2 では屋上面での逆流域を広く評価しているために, 屋上面付近の流速が負となっている. 図-3(b)より, Case1, 2ともに, 立方体の高さ ($y = 1.0L$) 付近までは, 実験値および村上らの数値解析解と良い一致を示している. Case1 においては, $y = 1.0L$ より上部においても良い一致を示している. 次に, 再付着距離の比較を行う. 表-2より, X_R, X_F はそれぞれ屋上面と床面上の再付着距離であり, L で基準化している. Case1 は, 屋上面における逆流の再付着距離

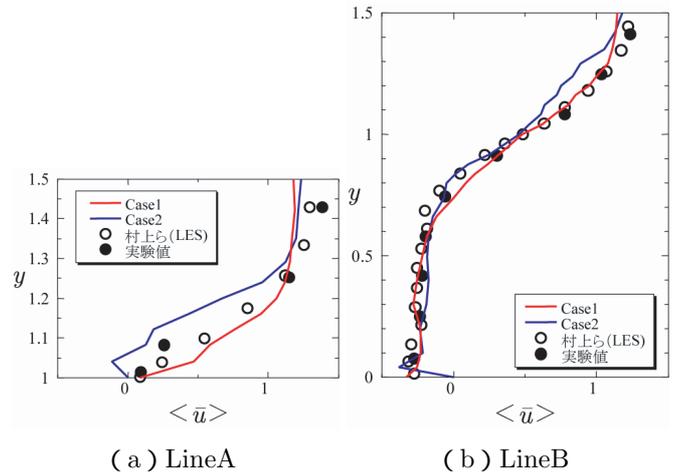
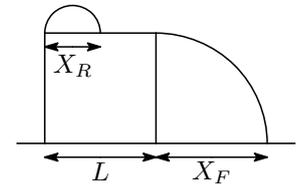


図-3 流速 \bar{u} の時間平均分布

表-2 再付着距離の比較

	X_R	X_F
Case1	0.59	1.26
Case2	0.81	1.37
村上ら	0.6	1.4
実験値	0.7	1.2



X_R は, 実験値に対して小さく評価している. 一方, 立方体後方における循環流の再付着距離 X_F では, 実験値と良い一致を示している. Case2 では, X_R, X_F ともに実験値に対して再付着距離を大きく評価している.

4. おわりに

本論文は, Smagorinsky モデルを用いた安定化有限要素法の精度検証を目的とし, 数値解析例として立方体周辺気流解析を取り上げ, 既存の実験値および数値解析解との比較を行った. その結果, 壁関数を用いた Case1 は, 既存の実験値および数値解析解と良い一致を示し, 本手法の有効性が確認できた.

今後の課題としては, 複合建物モデルでの解析, 植生を考慮した解析等が挙げられる.

参考文献

- 1) J.Smogorinsky : General Circulation experiments with the primitive equations I. the basic experiment, Monthly Weather Review, 91, pp.99-164, 1963.
- 2) T.E.Tezduyar : Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations, Advance in Applied Mechanics, 28, pp.1-44, 1992.
- 3) 仲嶋晋一, 板橋翔, 櫻山和男 : 安定化有限要素法に基づく LES 乱流モデルの精度検証, 土木学会関東支部技術研究発表会講演概要集 (CD-ROM), 33, 2006.
- 4) 村上周三, 持田灯, 林吉彦 : 立方体周辺の非等方乱流場の再現に関する $k-\epsilon$, ASM, LES と風洞実験の比較, 東京大学生産技術研究所所報, 43(1), pp.27-35, 1991.
- 5) S.Murakami, A.Mochida and R.Ooka : Numerical simulation of flowfield over surface-mounted cube with various second-moment closure models, Proc. of 9th Symposium on Turbulent Shear Flows, pp.13-5-1-6, 1993.