

分散効果を考慮した開水路流れの一次元解析

中央大学大学院 学生員 ○ Aikebaier Yusufu
 中央大学大学院 正会員 本永 良樹
 中央大学大学院 学生員 北田 悟
 中央大学理工学部 フェロー会員 山田 正

1. はじめに：

河川計画を立案するために数値計算を行う際には、一次元計算が主流である。しかし、実河川は二次元性を有しており、横断方向の流速分布を持つことにより生じる流下方向への広がり効果が実際には存在する。このような拡散過程は乱流拡散と区別して、分散と呼ばれる。一次元解析では、流速は断面平均流速を用いており、横断方向に流速分布が存在することによる効果を考慮してはいない。本研究では分散効果を一次元計算に取り込み、その効果を調べたものである。

2. 従来の研究成果：

分散現象について、最初の研究を発表したのはG.I. Taylorである。彼は円管中の分散機構が一次元分散方程式で表わされ、分散係数が速度分布にどのように関連づけられるかを見出した。そして、運動量輸送と濃度輸送に関するレイノルズの相似側から渦動拡散係数を求め、分散係数として式(1)を得た。次にJ. W. ElderはTaylorの考えを無限幅二次元開水路乱流に拡張し、断面内流速分布を対数分布と仮定して式(2)を得た。しかしながら、河川で実測されて分散係数は、 $k/hu_* = 1 \sim 10^4$ の範囲で変化するように、分散係数が式(2)に比較して非常に大きく、かつ河川によって非常に相違することが報告された。そこでH.B. Fischerは河川の流れが三次元的なため主流の横断方向の流速分布が鉛直方向の分布に比較してはるかに分散に寄与すると考え、これを実験によって確認して式(3)を得た。本研究で用いた分散係数 k は $k/hu_* = 1 \sim 10^4$ 式を用いて求め、摩擦速度は式 $u_* = \sqrt{ghi}$ より算出した。

$$k = 10.1au_* \quad (1) \quad k = 5.86hu_* \quad (2) \quad k = 0.3\bar{u}^2 l^2 / Ru_*^2 \quad (3)$$

ここに a ：は円管半径[m]， u_* ：摩擦速度， h ：は水深[m]， R ：径深[m]， l ：河川の半幅[m]， g ：重力加速度[m/s²]， $\bar{u}^2$ ：平均流速からの横断方向の流速偏差の2乗の断面平均， i ：河床勾配である。

3. 基礎方程式

本研究の一次元計算に使用した基礎式を以下に示す。式(4)は連続式、式(5)は分散項を付加した一次元不定流の基本式である。横断方向の流速分布の効果を分散項が担うと考え、単純に区間に関する流速の二階微分項を付加した。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q}{A} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q}{A} \right)^2 + g \frac{\partial h}{\partial x} - g \left(i_0 - \frac{n^2 Q |Q|}{R^{4/3}} \right) - k \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{Q}{A} \right) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

ここに t ：時間[s]， x ：水平直交座標[m]， h ：水深[m]， g ：重力加速度[m/s²]， n ：Manningの粗度係数[s/m^{1/3}]， Q ：流量[m³/s]， A ：断面積[m²]， R ：径深[m]， k ：分散係数[m²/s]
 キーワード 不定流，分散，移流拡散，開水路

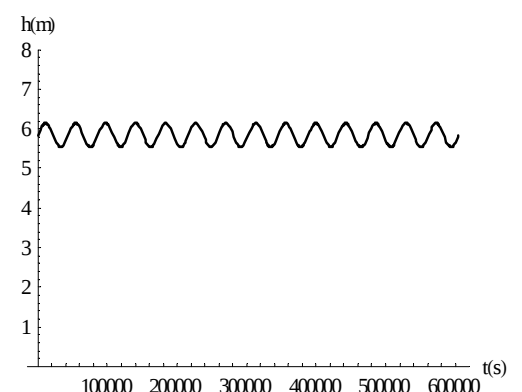
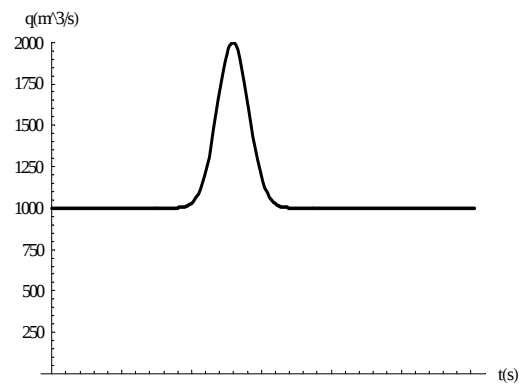


図-2 下流端境界条件(水位ハイドログラフ)

α :運動量の分布に関する補正係数 [s^{-1}] である.

4. 数値計算手法及び数値計算条件

数値計算条件は, 時間差分間隔 $\Delta t=1[\text{sec}]$ で, 式(4), (5)を線の方法により計算した. 線の方法による数値解法とは, 偏微分方程式を中心差分で連立常微分方程式に書き換えて, その方程式をルンゲクッタ法により計算する方法である. 河道条件としては, 河道長は $200[\text{km}]$, 川幅 $300[\text{m}]$, 河床勾配 $1/5000$, Manningの粗度係数は $n=0.025[s/m^{1/3}]$ 河道横断面形は矩形断面である.

5. 初期条件及び境界条件

初期条件は, 等流水深 $2.9[\text{m}]$ に落ち着くような流量 $1000[m^3/s]$ を上流端から流入させ, 十分な時間経過後平衡状態において近似的に等流に達している区間の水深と流量を初期条件として与えた. 図-1 に示すような上流端境界条件流入量で与え, そのハイドログラフの形状は正規分布関数を用い, ピーク流量が $2000[m^3/s]$ になるようにした. 図-2 に示すように下流端境界条件は水位で与え, そのハイドログラフの形状は $\sin$ 関数を用いた.

6. 計算結果

図-3 は分散項を付加した一次元不定流の基本式(4)において分散係数 $k=0$ (分散の効果なし) の場合と $k=500$ にした場合について線の方法を用いて計算した河口から $20[\text{km}]$ 地点の水深時系列を比較した図である. 図に示すように分散係数が $k=0$ (分散の効果なし) の場合と $k=500$ にした場合の計算結果とほとんど差がなかった.

図-4 は分散項が付加した一次元不定流の基本式(5)を分散係数が $k=0$ (分散の効果なし) と $k=500$ にした場合, 線の方法を用いて計算した河口から $19.5[\text{km}]$ 地点の流量時系列比較した図である. 図に示すように流量も水深と同じように分散係数が $k=0$ と $k=500$ の場合の結果にはほとんど差が無く, 河道のほかの地点から比較しても大きな差が見られなかった.

7. まとめ

本研究では一次元の運動方程式に単純に二階微分の形の分散項を付加して一次元不定流式解析を試みたが, 一次元不定流計算において分散の効果はほとんど見られなかった. しかしながら理論的に分散の効果が全くないと考えにくく, 単純に二階微分の形の項を付加したことに問題がある可能性もあり, 今後は理論的に分散項を導くことについての検討が課題となる.

参考文献

- 1) 綾・岩佐他(1980)開水路流れにおける移流分散係数, 第35回年講 - 197.
- 2) 福岡捷二(1972)蛇行水路における分散の基礎的研究土木学会論文報告集 No. 200.
- 3) Taylor, G.I; The Dispersion of Matter in Turbulent Flow through a Pipe Proc. Royal Soci. of London, 223-A, 1954.
- 4) Elder, J. W; The Dispersion of Marked Fluid in Turbulent shear Flow, Jour. Fluid Mech., Vol.5, 1959
- 5) Fisher, H.B.; Longitudinal Dispersion in Laboratory and Natural Streams, Report KH-R-12, California Inst. of Tech. 1966.

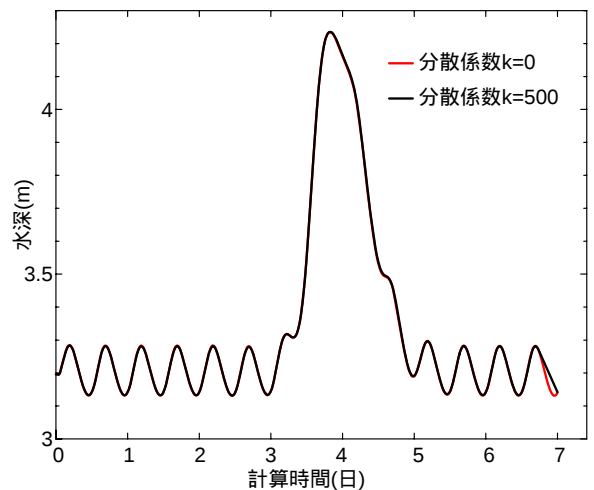


図-3 河口から20Km地点の水深の時系列

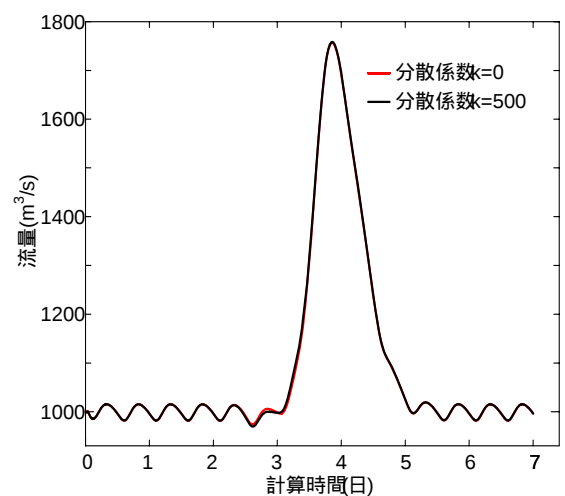


図-4 河口から19.5Km地点の流量の時系列