# 斜面及び河道部における水質濃度追跡手法の提案

央大学大学院　学生員　○劉　金双　　中央大学大学院　学生員　呉　修一
中央大学大学院　フェロー会員　江花　亮　　中央大学理工学部フェロー会員　山田　正

## １．はじめに：

湖沼等の閉鎖性水域では汚濁物質や栄養塩類の流入・蓄積により水質汚濁が進行しやすく富栄養化等の問題が生じる. 流入負荷量に関しては住宅からの生活廃水や下水処理場などからの放流水といった点源を起源とする負荷量と流域や田畑のような面源を起源とする負荷量の 2 種類が存在する. 降雨流出時には面源からの負荷量が大きな要因を占め降雨に伴い様々な物質が流出し河川そして湖へ流入する．これにより，各種水質濃度が洪水前後において変化する．よって，降雨時における河川水質濃度変化を表す水質ハイドログラフの特性と汚濁負荷物質の発生源としての流域特性の関係を把握する事は非常に重要である.

著者ら[1)]は単一斜面における降雨流出に伴う水質濃度変化を質量保存則から導出するとともに，近似方程式を導出している．また，降雨時の河川水質濃度変化は以下の三種類に分類できると考えている．1)流量ピークより水質濃度ピークが早く現れるファーストフラッシュ型，2)濃度ピークより流量ピークが遅く現れる後期高濃度型，3)流量の希釈効果に伴い流量ピーク時に濃度が最小値を取る流量希釈型である．著者らが導出した方程式の解の特性から上記三タイプの水質ハイドログラフの特性が良好に再現されていることを示している.
物質濃度変化を予測する際に重要な点は物質発生項の表現を如何に行うかである. 従来から流入負荷量の算定に関しては原単位の概念を用いて算出を行っている．しかしながら，原単位の普遍性，短時間スケールにおける値及び降雨の影響等は未だ定量的に評価できていないのが現状である．本論文は，印旛沼流域高崎川(77.9km$^2$)を対象とし水質ハイドログラフの予測を行うとともに斜面・河道部における水質濃度追跡手法の提案を行うものである.

## ２．単一斜面における降雨流出に伴う物質濃度変化の基礎式の導出：

単一斜面における降雨流出に伴う物質濃度変化を，斜面における表面流をKinematic Waveとして取り扱うとともに，物質濃度変化における諸関係のうち唯一確実といえる質量保存則を用い表現する．以下にその理論の概要を示す．斜面流下方向流れを対象とし，一般化した運動則(1)式を連続式(2)式に代入し単位幅流量$q$について整理すると(3)式の表面流に関するkinematic wave方程式を得る．ここに，$v$：断面平均流速[㎜/h]，$h$：水深[㎜]，$q(t)$：単位幅流量[㎜$^2$/h]，$r(t)$：有効降雨強度[㎜/h]，$m$：流出パラメータ(抵抗則)，α：流出特性を表すパラメータである．この(3)式が降雨流出を表す基礎式となる．斜面流として飽和・不飽和浸透流を対象とする場合，流域特性を示すパラメータ$\alpha$,$m$は(6)式に示すよう土壌・地形特性から決定される．ここに，$D$：表層土層厚，$\gamma$：土壌の透水性を表す無次元パラメータ，$k_s$：飽和透水係数，$w$：有効空隙率，$i$：斜面勾配である．

$$v=\alpha h^m, q=vh=\alpha h^{m+1} \quad (1),\quad \frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial q}{\partial x}=r(t) \quad (2),\quad \frac{\partial q}{\partial t}+aq^{\beta}\frac{\partial q}{\partial x}=aq^{\beta}r(t) \quad (3),\quad a=(m+1)\alpha^{\frac{1}{m+1}} \quad (4),\quad \beta=\frac{m}{m+1} \quad (5)$$

$$\alpha=\frac{k_s i}{D^{\gamma-1}w^{\gamma}},\quad \gamma=m+1 \quad (6),\quad \frac{\partial(c\cdot h)}{\partial t}+\frac{\partial q_c}{\partial x}=f(t) \quad (7),\quad q_c=c\cdot q-\kappa\frac{\partial q}{\partial x} \quad (8),\quad \frac{f}{h}=f_0 \quad (9),\quad \frac{\partial c}{\partial t}+v\frac{\partial c}{\partial x}=f_0-\frac{c\cdot r}{h} \quad (10)$$

降雨流出に伴う物質濃度変化の基本式に関して，質量保存則として(7)式が成立する．また，負荷量として濃度フラックス(8)式を用いる．ここに，$c$：断面平均濃度[g/㎜$^3$]，$f(t)$：析出量[g/㎜$^2$・h]，$q_c$：負荷量[g/㎜/h]，$\kappa$：

キーワード 水質ハイドログラフ，析出量，逆推定，水質濃度追跡
連絡先 〒112-8551　東京都文京区春日 1-13-27　中央大学大学院　TEL:03-3817-1805　E-mail：ljs@civil.chuo-u.ac.jp

拡散係数[g/㎟],$h$：水深[㎜]である．本論文では負荷量中の拡散項は簡易化のため考慮していない．析出量と水深の関係に対して(9)式のように単位水深に関する析出量$f_0$を導入し，(7),(8)式を整理することにより物質濃度変化の基礎式である(10)式を得る．濃度変化は発生項である析出量と希釈効果である降雨と濃度の積の関数との差によって生じるという物質濃度変化の基礎式(10)式が質量保存則から理論的に導出された．

## ３．降雨流出過程および濃度変化過程の集中化：

直接流出は流出寄与域のみからの流出と考えると斜面長は実地形上の斜面長にくらべ十分短いと考えられ，

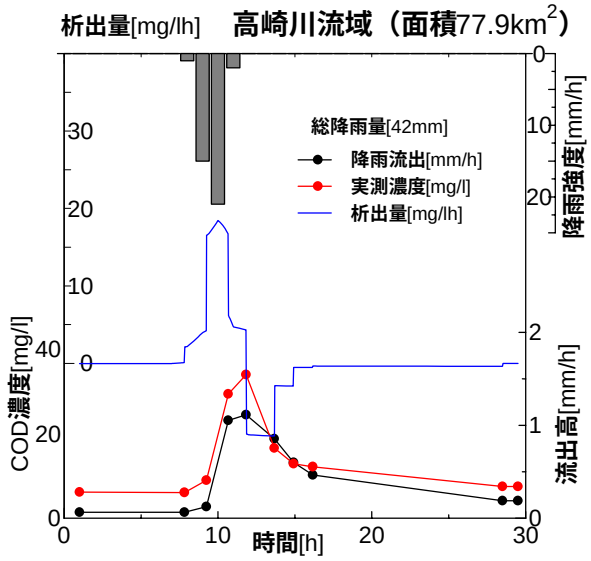


図-1 高崎川流域における降雨流出に伴う COD 濃度の変化 Case1(2002.7.16-7.17)

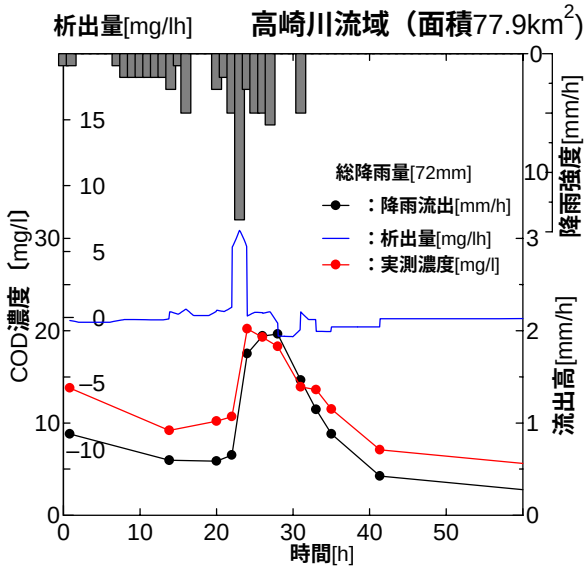


図-2 高崎川流域における降雨流出に伴う COD 濃度の変化 Case2(2002.9-10.3)

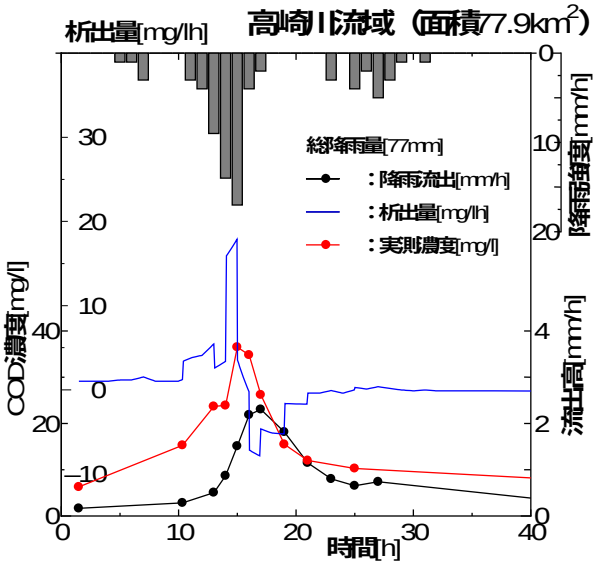


図-3 高崎川流域における降雨流出に伴う COD 濃度の変化 Case3(2005.8.24-8.28)

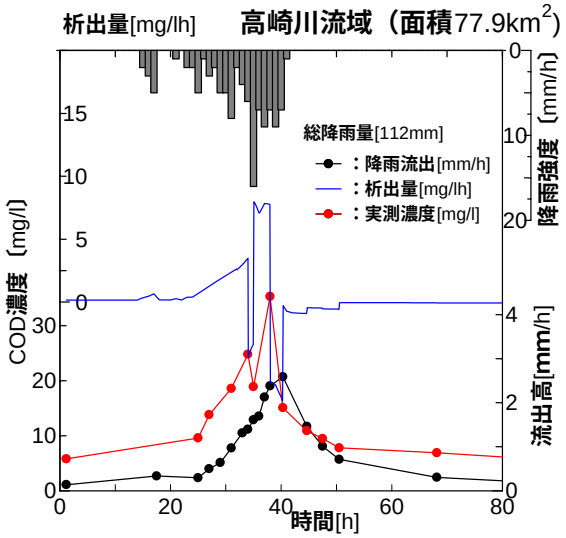


図-4 高崎川流域における降雨流出に伴う COD 濃度の変化 Case4(2005.7.25-7.28)

(11)式の変数分離形の近似式が成立する．同様に斜面における物質濃度の近似式(12)式が仮定できる．ここに，$q_*$：流出高[㎜/h]であり，$c_*$は物理的意味よりは，計算上の簡易性から用いるものである．$c_0$は上端境界濃度であり斜面上端からの濃度流入があるものとし集中化の際に考慮し，初期濃度と同一の記号，値を用いる．この(11),(12)式の近似式を用い(3),(10)式を整理することにより，流出高および濃度に関する集中定数系方程式(13),(14)式を得る．

$$q(x,t)=xq_*(t) \quad (11),\quad c(x,t)=xc_*(t)+c_0 \quad (12),\quad \frac{dq_*}{dt}=a_0q_*^{\beta}(r(t)-q_*) \quad (13),\quad \frac{dc_*}{dt}=\frac{f_0}{L}-a_*q_*^{\beta}c_*\left(1+\frac{r}{q_*}+\frac{c_0r}{c_*q_*L}\right) \quad (14)$$

$$a_0=(m+1)\alpha^{\frac{1}{m+1}}L^{\frac{-1}{m+1}} \quad (15),\quad a_*=\alpha^{\frac{1}{m+1}}L^{\frac{-1}{m+1}} \quad (16),\quad f_0=L\left\{\frac{dc_*}{dt}+a_*q_*^{\beta}c_*\left(1+\frac{r}{q_*}+\frac{c_0r}{c_*q_*L}\right)\right\} \quad (17)$$

ここに，$L$：斜面長[㎜]である．上記導出過程は分布定数系から集中定数系への変換，つまりは偏微分方程式形から集中定数系方程式形への変換を意味する．

## ４．析出・巻き上げ関数の逆推定：

降雨流出に伴う物質濃度変化の集中定数系方程式(14)式より(17)式に示す析出・巻き上げ関数が求まり，実測水質濃度，流量及び降雨データから析出量を求めることが可能である．(17)式中の濃度の微分項はデータを数値補間し計算する．適用流域としては印旛沼流入河川の一つである高崎川流域を対象とした析出量の逆推定を行うにあたり使用した水質濃度及び降雨流量データは千葉県において印旛沼流域河川を対象とした現地観測から得た貴重なデータを使用させていただいている．計算条件としては土壌, 地形特性を一例として表層土層厚$D$=15㎝, 斜面長$L$=10m, 飽和透数$k_s$=0.0035㎝/s, 有効空隙率$w$=0.42, 斜面勾配$i$=20°, 透水性を示す無次元パラメータ$\gamma$=5 を基本斜面とし，降雨は実測降雨そのものを用いた．流量データに関しては基底流量一定値をカットし，流域面積で除し直接流出高として計算を行った．各出水における降雨，流量，COD濃度および求めた析出量を**図-1～4** に示す．COD濃度の出水時の挙動を見ると降雨・流量に伴いCOD濃度が上昇し流量ピーク以降に減衰し流量と全く同じ挙動を示す．求めた析出量を見ると降雨に伴い発生し，ピーク降雨強度と析出量のピーク時間が一致していることがわかる．しかしながら流量ピーク付近で負の析出量を示している．負の析出量の物理的概念は物質の沈降や消失などを表しており，斜面等において面的に生じた析出量が河道部において沈降や消失しているものと考えられる．以上，実測濃度，流量，降雨データを用いることにより発生項としての析出量を逆推定から求めることができることを示した．また，求めた析出量から発生項としての析出は降雨に伴い生じていることがわかった．

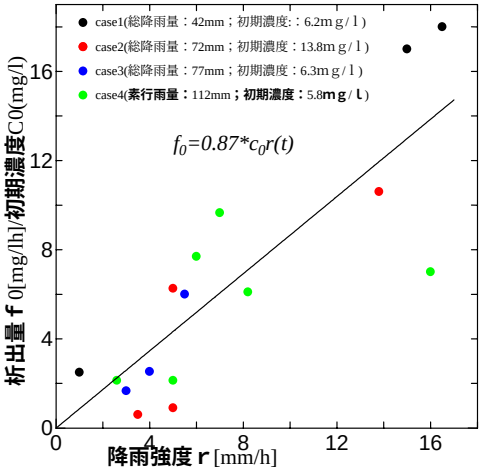

図-5 COD 析出量と降雨強度の関係

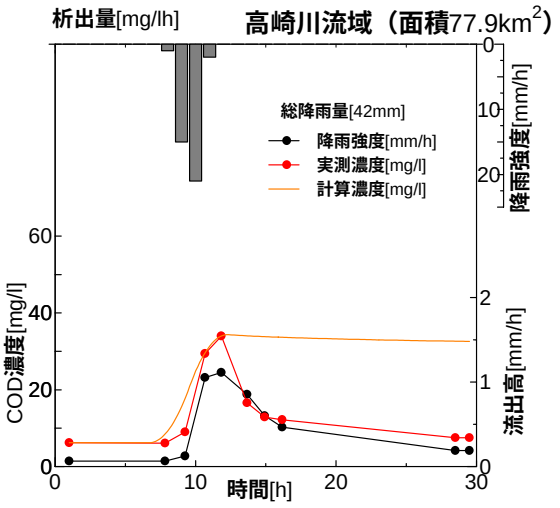

図-6 降雨流出に伴う水質濃度変化の予測

## ５．析出・巻き上げ量と降雨強度の関係：

逆推定の適用結果から，水質ハイドログラフの形成過程における物質発生項としての析出・巻上げ関数$f_0$は降雨に伴い発生することがわかった．降雨強度と求めた析出・巻上げ量の関係を**図-5** に示す．ここで，初期濃度の影響を無視するため，初期濃度で除した析出量の値を用いている．**図-5** より降雨強度と析出量の関係を一つの直線で近似可能であることがわかる. ここで逆推定の際に生じた負の析出量に関しては考慮していない. 以上により, 析出･巻上げ関数は降雨に伴い発生しその関係は線形関係で表現可能であることがわかった.

## ６．水質ハイドログラフの予測手法：

上記したように，発生項としての析出・巻上げ関数は降雨に伴い発生し，初期濃度を考慮することで降雨強度と析出量は線形関係で表現できることがわかった．よって，析出量の取り扱いに関して(18)式で示される降

雨及び初期濃度の関数で表現し水質ハイドログラフの予測計算を行う.

$$f_0 = \lambda \cdot c_0 \cdot r(t) \qquad (18)$$

ここに，λ：回帰係数であり上述の降雨強度と析出量の関係に対して回帰を行い決定する．(17)，(18)式および降雨，初期濃度データがあれば容易に水質ハイドログラフの計算が実行可能である．水質ハイドログラフの予測結果の一例を図-6 に示す．濃度の立ち上がりからピーク濃度まで良好に実測の水質濃度を再現できていることがわかる．しかしながらピーク以降に実測 COD 濃度は減衰してくが計算濃度の減衰は大きく生じていないことがわかる．これは逆推定から求めた析出量が負の値を示しているのに対し，降雨強度の関数(18)式で表現した場合に負の析出量を表現できていないためである．今後負の析出量の表現を如何に行うかが非常に重要になってくる．しかしながら，発生項としての析出・巻上げ量を降雨及び初期濃度の関数として評価することにより，水質ハイドログラフの計算が容易に行える事を示した.

## ７．河道部における水質濃度追跡手法：

上記までの水質濃度追跡手法は斜面部を対象としたものである．斜面において降雨流出に伴い発生した物質は河道部へと流出する．よって，斜面のみを追跡するのでは不十分であり，河道部においても流量・水質濃度の追跡計算が必要となる．河道部における流況再現計算には連続式及び横流入量を考慮した不定流の基本式（サン・ヴナン式）を用いる．連続式および運動量保存式を(19)式，(20)式にそれぞれ示す.

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \qquad (19),$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial \left( \alpha \frac{Q^2}{A} \right)}{\partial x} + gA\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{n^2 g Q|Q|}{AR^{4/3}} = 0 \qquad (20)$$

ここに，$A$：通水断面積[㎡]，$Q$：流量[㎥/s]，$q$：側方流入流量[㎡/s]，$\alpha$：エネルギー補正係数(1.0)，$h$：水位[m]，$g$：重力加速度，$n$：Manningの粗度係数，$R$：径深[m]である．河道部における物質濃度の追跡計算に関しては(21)式に示すフィックの拡散方程式を用いる.

$$\frac{\partial (AC)}{\partial t} + \frac{\partial (QC)}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left( AD\frac{\partial C}{\partial x} \right) = -AKC + C_2 \cdot q \qquad (21)$$

ここに，$C$：断面平均濃度，$D$：拡散係数[㎡/s]，$K$：線形減衰係数[1/S]，$C_2$：生成/吸収濃度である.

面源から発生する流量および水質濃度を上記河道部における基本式に横流入量として線的に与えることにより河道部における水質濃度の追跡計算が可能となる.

## ８．まとめ：

本論文は降雨流出に伴う単一斜面での物質濃度変化の基礎式を導出するとともに，析出・巻き上げ関数を逆推定から求める手法および河道部における水質濃度追跡手法を提案するとともに水質ハイドログラフの形成過程における発生項として析出・巻き上げ量は実測濃度，流量，降雨データから推定できることを示したものである．印旛沼流入河川である高崎川流域において求めたＣＯＤ析出量は降雨に伴い発生し，流量ピーク時に負の析出が生じることを示した．また，降雨強度と析出・巻き上げ量は線形関係で近似することにより水質濃度ハイドログラフの予測が容易に行えることを示した.

**謝辞：**本論文における析出量の逆推定を行うにあたり，使用した貴重な諸データは千葉県県土整備部より提供いただいたものである．ここに感謝の意を示す.

**参考文献：**1)呉修一，山田正：単一斜面における水質ハイドログラフ形成過程に関する研究，土木学会水工学論文集,Vol.48,pp.55-60,2004．2)竹内邦良，坂本康，本郷善彦：土木学会水工学論文集,Vol.27,pp.405～413,1983．3)平田健正，村岡浩爾：山地小流域における溶存物質の降雨流出特性について,土木学会水工学論文集,Vol.30,pp.43-48,1986.