トンネル軸方向の耐震性検討に用いる地盤ばね定数に関する一考察

東電設計　正会員　松原勝己

1.　はじめに

トンネルなど線状地中構造物の軸方向の耐震性評価を実施する際には、構造物を梁要素で、その周辺地盤をばねでモデル化し、地盤ばね端に地震時地盤変位を作用させて検討を行う、応答変位法がしばしば用いられている。このとき、地盤ばねの設定方法が問題になるが、定まった方法がないという現状がある。最近では、静的有限要素法を用いて、トンネル周辺への荷重と変位の関係から、地盤ばねを算定することも多いが、計算に手間がかかるという問題がある。一方、共同溝指針[1)]などでは、トンネル周辺地盤のせん断弾性係数の 1.0～3.0 倍が、経験的に推奨されている。

以下では、動的弾性論に基づき、トンネルが軸方向に震動する状況において、トンネルの変位と反力の関係から、地盤ばね定数を求め、指針等で示される地盤ばね定数の設定法の妥当性を確認したものである。

なお、本報告と同種の議論に関しては、小長井の著書[2)]や土木学会の文献[3)]があるが、本報告では妥当性確認ための理論的なプロセスを重視した検討を実施している。

2.　動的弾性論に基づく地盤ばね定数の定式

図 1 に示すように、トンネル外面に大きさ p、円振動数ωを有するせん断応力を紙面直交方向（トンネル軸方向）に作用させたとき、トンネル外面に発生する動的な変位を求め、作用力と変位の関係から、地盤ばねを算定する[4)]。

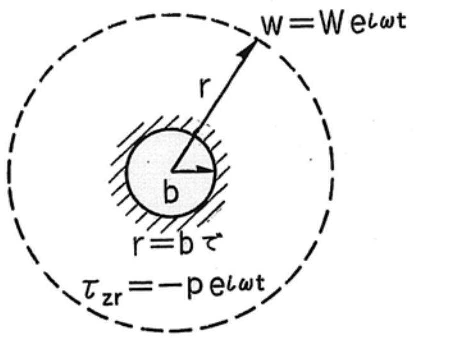

図 1　地盤ばね算定の解析モデル

解析の結果、トンネル軸方向の複素地盤ばね定数 k*(ω)（トンネル軸方向単位長さあたりのばね値）が、式(1)で表わされる。

$$
\begin{aligned}
&k^*(\omega) = k(\omega)\{1+2i\beta(\omega)\} \\
&k(\omega) = \alpha(\omega)\cdot G \qquad (1) \\
&\alpha(\omega) = 2\pi a_0 \frac{J_1(a_0)J_0(a_0)+N_1(a_0)N_0(a_0)}{\{J_0(a_0)\}^2+\{N_0(a_0)\}^2} \quad , \quad \beta(\omega) = \frac{J_1(a_0)N_0(a_0)-N_1(a_0)J_0(a_0)}{2\{J_1(a_0)J_0(a_0)+N_1(a_0)N_0(a_0)\}}
\end{aligned}
$$

ここに、G：地盤のせん断弾性係数、a_0：無次元振動数(=bω/Vs , b：トンネル半径,Vs：地盤せん断波速度)、

J_0,J_1：0 次および 1 次のベッセル関数、N_0,N_1：0 次および 1 次のノイマン関数　である。式(1)において、k(ω)は複素ばねの実部で剛性値を、2k(ω)β(ω)は複素ばねの虚部で、β(ω)がトンネル外周方向への波動逸散による減衰定数を表している。なお、この複素ばねの定式は、杭の動力学の分野でBaranov-Novakモデル[5)]と言われるものと同じである。したがって、式(1)において、係数値α(ω)が、トンネル軸方向震動に対する耐震検討を行うときに用いる地盤ばね定数の、地盤せん断弾性係数に対する比を表すものと解釈できる。

式(1)に基づき、係数値α(ω)およびβ(ω)を、無次元振動数を横軸にして示したものが、図 2 である。αおよびβともに、振動数に依存することがわかるが、それぞれ特徴的な変化をすることがわかる。ばねの剛性値に係るα(ω)は、無次元振動数が大きくなるとともに、ゼロ値から増大し、無次元振動数が非常に大きくなると、一定値π（=3.1416）に近づく様子がわかる。一方、減衰値に係るβ(ω)は、無次元振動数が大きくなるとともに、ほぼ直線的に増大し、無次元振動数の大きいところでは、bω/Vs に近づくことがわかる。

キーワード；トンネル、地盤ばね定数、耐震診断、軸方向検討、線状地中構造物、振動数依存性
連絡先（住所；〒110-0015 東京都台東区東上野 3-3-3・TEL；03-4464-5669・FAX；03-4464-5595）

3. 地盤ばね定数に関する考察

以下では、上記の地盤ばねの係数値α(ω)とβ(ω)の振動数が大きいところでの挙動を、理論的に調べてみる。

ベッセル関数の引数の大きいところでの挙動をみるために、漸近展開式の低次から第2項目までを考慮すれば、次式(2)が成立する[6)]。なお、漸近展開というのは、引数が大きいところにおいて、その関数の漸近線となる関数形をべき乗和で表わすということである。

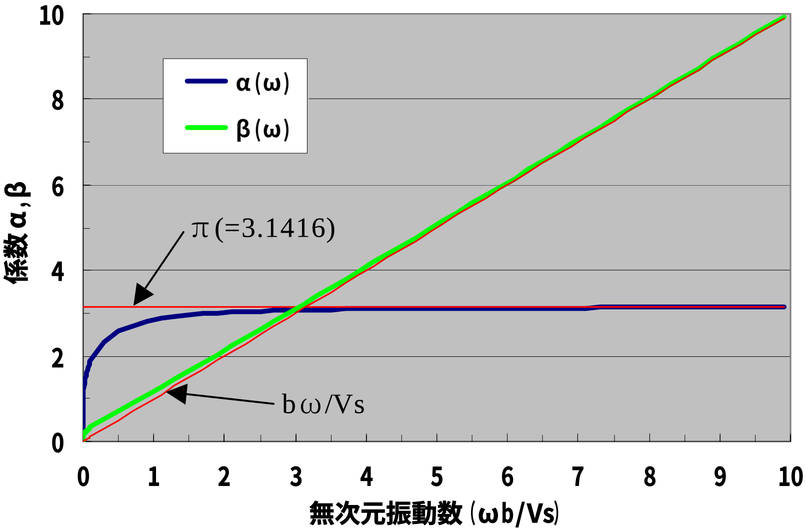

図2 無次元振動数と地盤ばねの係数値との関係

$$J_0(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left\{\cos(z-\frac{\pi}{4})+\frac{1}{8}\frac{1}{z}\sin(z-\frac{\pi}{4})\right\}\quad,\quad J_1(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left\{\cos(z-\frac{3}{4}\pi)-\frac{3}{8}\frac{1}{z}\sin(z-\frac{3}{4}\pi)\right\}$$
$$N_0(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left\{\sin(z-\frac{\pi}{4})-\frac{1}{8}\frac{1}{z}\cos(z-\frac{\pi}{4})\right\}\quad,\quad N_1(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left\{\sin(z-\frac{3}{4}\pi)+\frac{3}{8}\frac{1}{z}\cos(z-\frac{3}{4}\pi)\right\} \tag{2}$$

式(2)を用いると、

$$2\pi a_0\frac{J_1(a_0)J_0(a_0)+N_1(a_0)N_0(a_0)}{\{J_0(a_0)\}^2+\{N_0(a_0)\}^2}=\pi\frac{1-\dfrac{3}{32a_0}\cos 2a_0}{1-\dfrac{1}{2a_0}\cos 2a_0+\dfrac{1}{64a_0{}^2}(5+4\sin 2a_0)}$$
$$\frac{J_1(a_0)N_0(a_0)-N_1(a_0)J_0(a_0)}{2\{J_1(a_0)J_0(a_0)+N_1(a_0)N_0(a_0)\}}=a_0\frac{1-\dfrac{3}{64a_0{}^2}}{1-\dfrac{3}{32a_0}\cos 2a_0} \tag{3}$$

したがって、式(1)および(3)より、無次元振動数a_0→∞のとき、α(ω)→π、β(ω)→a_0 となる。

以上から、複素地盤ばね定数k*(ω)は、振動数が大きいところでは、次式が成立する。

$$k^*(\omega)=\pi G\left(1+2i\frac{b\omega}{Vs}\right) \tag{4}$$

静的な応答変位法では、ばねの振動数依存性を直接考慮するのが困難であることから、安全側の結果となるように、式(4)を用いて大きめに設定するのが一つの方法になる。なお、式(4)から、剛性を表す実部は、πGになることが示されるが、本解析モデルでは、無限地盤内のトンネルを仮定しており、地表面の影響を考慮すれば、この値よりも小さくなると考えられる。静的な検討で、地表面付近にトンネルが存在する場合には、無限地盤に対するばね値の1/2となる[4)]ことから、(π/2)G～πGの値になるものと考えられる。

〔参考文献〕1)日本道路協会(1986)；共同溝設計指針、2)小長井一男(2002)；地盤と構造物の地震工学、3)土木学会関西支部(1998)；大震災に学ぶ―阪神・淡路大震災調査研究委員会報告書―、第Ⅱ巻、第5編地震に強い地下構造物！?、4)Matsubara.K.& Hoshiya.M.(2000)；Soil Spring Constants of Buried Pipelines for Seismic Design, Journal of Engineering Mechanics, No.1, ASCE、5)Novak.M.,Nogami.T.& Aboul-Ella.F.(1978)；Dynamic Soil Reaction for Plane-Strain Case, Journal of Engineering Mechanics, No.4, ASCE、6)吉田耕作・雨宮綾夫・伊藤清・加藤敏夫・松島與三・古谷茂(1967)；応用数学便覧