日本大学理工学部土木工学科 正会員 〇長谷部 寛 日本大学理工学部土木工学科 正会員 野村 卓史

## 1. はじめに

k-εモデルを用い,解析領域内に固体壁を含む流れ の解析を行なう場合,固体壁に対する境界条件に wall function (壁関数) を用いることが一つの選択肢 として考えられる.しかし, Launder らの方法に代表 される従来の wall function<sup>1)</sup>(以下 SWF と表記)は, 対数則や局所平衡仮定が成立することを前提として 構成されることから, 剥離や渦放出が生じる構造物 周りの流れでは、その前提が保証されないため、SWF の使用が疑問視されてきた.一方, Craft らによって, 対数則や局所平衡仮定を用いず, さらに移流や圧力 勾配の影響が反映される analytical wall function (以下 AWF と表記) が近年提案された<sup>2)</sup>.本研究では Craft らの AWF を有限要素解析に導入し、本来 AWF の効 果を検証するためには、 バックステップ流れなどの 剥離流を対象とすべきだが、その前段として対数則 や局所平衡仮定が成立する流れにおける AWF の精 度を確認することを目的として,順圧力勾配のチャ ネル乱流の解析を行なった.

## 2. Analytical wall function の具体化

AWFでは以下に示す境界層方程式を解析的に解き, 壁面近傍の流速分布とする.

$$\frac{\partial}{\partial y^*} \left[ \left( \mu + \mu_t \right) \frac{\partial U}{\partial y^*} \right] = C, \quad C \equiv \frac{v^2}{k_p} \left( \rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial x} \right) \quad (1a, 1b)$$

ここで、 $k_p$ は壁面最近傍の流速評価点での乱流エネ ルギーであり、 $y^* = y \sqrt{k_p} / v$ である.式(1a)を積分す るために以下の仮定を用いる.

①渦粘性係数 $\mu_t$ は粘性底層より外側 $(y \ge y_v)$ で線形 に変化するものとする.

$$\mu_{t} = \begin{cases} \mu \alpha \left( y^{*} - y_{v}^{*} \right) & \left[ y^{*} > y_{v}^{*} \right] \\ 0 & \left[ y^{*} \le y_{v}^{*} \right] \end{cases}$$
(2)

 $(\alpha = C_{\mu}C_{l}, C_{\mu} = 0.09, C_{l} = 2.55, y_{v}^{*} = 10.8)$ ②式(1a)右辺の移流項および圧力勾配項を, 1 つ前の 時間ステップの値で評価し, *C*を既知とする.

キーワード: analytical wall function, 有限要素法, k-E モデル

Craft らは以上の仮定を用いて式(1a)を積分し,壁 面最近傍の流速評価点における壁面接線方向流速成 分を求めた.しかし本研究では,式(1b)の移流項,圧 力勾配項が空間的に振動する場合があり,その結果, 式(1a)を積分して求めた流速が壁面上の節点ごとに 振動した.そこでそれを防ぐために,図1に示すよ うに,境界を構成する要素辺の中点 P でせん断応力 τpを式(1a)の積分結果から算出し,τpの等価節点力を 境界上節点の境界条件に用いる扱いとした.τp 自体 が振動することはあるが,等価節点力に置き換える ことで平滑化され,壁面境界節点の接線方向流速の 振動は抑制された.なお図1の点Nは,点Pを通る 壁面に垂直な線分が要素辺と交わる点であり,この 点N での壁面接線方向流速成分 U<sub>ref</sub>と壁面で流速ゼ ロという条件を,式(1a)の積分の境界条件とした.

 $k, \varepsilon$  方程式の生産項 $P_k$ は,式(1a),式(2)から境界付近の流速勾配と渦粘性係数の分布が陽に表されることから,図2に示す境界上節点 P では、次式より評価した.

$$P_{k} = \frac{\mu_{t}}{\rho} \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^{2}$$
(3)

節点 N では、式(3)を用いて求めた生産項  $P_{kN}{}^{L}$ と、モ デルの定義式に従い算出した生産項  $P_{kN}{}^{U}$ が、図 2 に 示すように不連続になるため、節点 N を有する要素 の面積を用いて加重平均し、節点 N の生産項  $P_{kN}$ と した.

連絡先:〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8-14 日本大学理工学部土木工学科風工学研究室 TEL/FAX 03-3259-0411

消散項および散逸率εについては, 節点 P, N の値 を次式より直接算出した.

$$\varepsilon = \begin{cases} 2\nu k_{\rm p} / y_{\nu}^{2} \left[ y < y_{d} \right] \\ k_{\rm p}^{3/2} / (C_{l} y) \left[ y \ge y_{d} \right] \end{cases}$$
(5)

 $y_d$ は無次元距離で、 $y_d^* = y_d \sqrt{k_p} / v = 5.1$ である. 3. チャネル乱流の解析

<u>3.1 解析手法および解析条件</u>有限要素法により具体化した AWF および SWF<sup>3)</sup>を用いてチャネル乱流の解析を行ない, Iwamoto らの  $\text{Re}_{\tau} = 150$ の DNS デー  $9^{-4}$ との比較を行なった. 乱流モデルには logarithmic form を適用した修正 *k*-εモデルを用い,空間は双線形 四角形要素で分割し,流速 *U*<sub>i</sub>,対数型の乱流エネル ギー*K*および対数型散逸率*E*には要素内双線形分布, 圧力 *P*, 渦動粘性係数v<sub>i</sub>には要素内一定の補間関数を 用いた.安定化手法として SUPG 法を用い,時間積 分法には predictor-corrector 法を用いた<sup>3)</sup>.

図 3 に解析領域寸法および境界条件を示す.解析 領域高さはチャネル幅の半分( $\delta$ =2.5cm)とし,上方 境界  $\Gamma_3$ には slip 条件を課した.下部境界  $\Gamma_4$ を壁面と し, wall function により境界条件を与えた.なお, wall function でモデル化する領域の厚さ $\delta_w$ を 0.28 とし て数値計算上の壁面境界を設置し,それより上方を メッシュ分割した.なお数値計算上の壁面境界は壁 座標では y<sup>+</sup> ≈ 30 にあたり,対数領域内に位置してい る.解析メッシュは流れ方向に等間隔で 300 分割, 鉛直方向に不等間隔で 20 分割した (最小メッシュ高 さ:0.02  $\delta$ ). チャネル中央部の流速  $U_c$  (=157.27cm/s) とチャネル半幅 $\delta$ で無次元した時間積分間隔 $\Delta t$  は 6.3×10<sup>-3</sup>であり,総計算ステップ数は 30,000 ステッ プである.

<u>3.2</u>解析結果の比較 図 4,5 に流速および乱流エネ ルギー分布の比較結果を示す.流速分布は AWF, SWF ともに DNS にほぼ一致している.乱流エネル ギーは AWF と SWF では計算境界 ( $y/\delta = 0.2$ )に近づ くにつれて僅かながら差が広がるが,チャネル中心 ( $y/\delta = 1.0$ )付近ではほぼ一致している.しかし,流速 分布と比較して DNS との差が大きく,特に  $y/\delta \le 0.3$ での k の増加をとらえられていない.この要因は, 解析に用いた修正 k- $\varepsilon$ モデルが等方渦粘性モデルで あるので,壁近傍の乱れの非等方性を表現できない ためと考えられる.





## 4. まとめ

本研究では analytical wall function を有限要素解析 に導入し, チャネル乱流の解析実施した. その結果, 順圧力勾配のチャネル乱流では, AWF の解は対数則 や局所平衡を仮定した SWF とほぼ一致することが 確認された. 今後は剥離が生じるバックステップ流 れで AWF の効果を検証する予定である.

[参考文献] 1) Launder,B.E. *et al.*: Comput. Methods Appl. Mech. Eng., Vol.3, pp.269-289, 1974. 2) Craft,T.J. *et al.*: Int. J. Heat Fluid Flow, Vol.23, pp.148-160, 2002. 3) 長谷部,野村:応用力学論 文集, Vol.9, pp.811-820, 2006. 4) http://www.thtlab.t.u-tokyo.ac.jp/