

安定化有限要素法による物体角点を考慮した等温場における3次元風況解析

中央大学大学院
中央大学
中央大学

学生員
正会員
正会員

岸 昌由
田中 聖三
檜山 和男

1. はじめに

近年、都市化に伴い問題視されるビル風等の大気環境変化の予測は、実験のみならず、数値解析による検討も行われている。このような現象の数値解析を行う際には、従来は差分法が用いられてきたが、都市等の任意複雑形状への適用は困難である。そこで任意複雑形状への適合性に優れた非構造格子に基づく有限要素法は有効な手法であると考えられる。また、複雑な幾何形状を有する構造物を扱う場合には、物体角点の境界条件が解析結果の精度に影響を及ぼすことがある。このため、物体境界上角点に適切な境界条件を用いることは重要である。

そこで本研究では、都市における複雑乱流場の風況解析手法の構築を目的とし、その基礎段階として長谷部らが2次元問題において提案した角点処理法¹⁾²⁾を3次元に拡張し、その有効性の検討を行った。風況解析のための乱流モデルには $k-\varepsilon$ 型2方程式モデルを用い、安定化有限要素法³⁾に適用した。数値解析例として3次元立方体周辺風況解析を取り上げ、既存の実験値と解析値⁴⁾と比較することにより、本手法の精度の検証を行った。

2. 数値解析手法

(1) 基礎方程式

等温場における非圧縮性粘性流体を考え、乱流モデルには $k-\varepsilon$ 型2方程式モデルを使用する。アンサンブル平均を施された運動方程式、連続式、乱流エネルギー k の輸送方程式、エネルギー散逸率 ε の輸送方程式はそれぞれ式(1)~(4)のように表される。

運動方程式；

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{1}{Re} + \nu_T \right) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right\} = 0 \quad (1)$$

連続式；

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

乱流エネルギー k の輸送方程式；

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial k}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} - P_k + \varepsilon = 0 \quad (3)$$

エネルギー散逸率 ε の輸送方程式；

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right\} - (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} = 0 \quad (4)$$

$$\bar{S}_{ij} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2}$$

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, P_k = \nu_T \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}$$

ここで、 \bar{u}_i, \bar{p} はそれぞれアンサンブル平均を施した流速、圧力を示す。また、 k, ε はそれぞれ乱流エネルギー、エネルギー散逸率を示す。 Re は Reynolds 数を示し、 ν_T は渦動粘性係数を示す。式(1)~(4)中の定数はそれぞれ以下の通りである。

$$C_\mu = 0.09, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3$$

$$C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92$$

(2) 安定化有限要素法

本研究では、式(1)~(4)に SUPG/PSPG 法に基づく安定化有限要素法³⁾を適用し、空間方向の離散化には P1/P1(流速・圧力1次)要素を用いて補間を行い、時間方向の離散化には、2次精度を有する Crank-Nicolson 法を利用した。移流速度は2次精度 Adams-Bashforth 法により近似した。なお、連続式、圧力は陰的に扱っている。連立一次方程式の解法には、Element-by-Element Bi-CGSTAB2 法を用いた。

3. 物体境界上角点の法線の評価

本研究では、物体境界上角点での法線を定義する際に、以下の3通りを検討した。(図-1参照)

Case1 角点 non-slip

Case2 幾何形状のみから評価 (corner-fix)¹⁾

$$n_i = \sum_{e=1}^{n_{\text{ean}}} \frac{n_i^e \Delta^e}{\Delta^e} / \left\| \sum_{e=1}^{n_{\text{ean}}} \frac{n_i^e \Delta^e}{\Delta^e} \right\|$$

Case3 幾何形状と周辺流速から評価 (corner-move)²⁾

$$n_i = \sum_{e=1}^{n_{\text{ean}}} w^e n_i^e / \left\| \sum_{e=1}^{n_{\text{ean}}} w^e n_i^e \right\|, \quad w^e = \frac{\bar{u}_i^e}{\sum_{e=1}^{n_{\text{ean}}} |\bar{u}_i^e|}$$

ここで、 Δ^e は要素面積、 n_i^e は要素面の法線を表わす。また、図-1より物体境界上節点に接続する要素面で、重み w^e に用いる流速 \bar{u}_i^e は、節点 B, C の中点と物体境界上角点 A の線上で、物体境界上角点 A から 1/3 の距離の値を用いた。これを他の要素面にも同様に適用させ、重み付き平均を行い、法線の定義を行った。この場合、流速 \bar{u}_i^e は、時間とともに変化するので、 n_i も時間に応じて変化する。

KeyWords: 安定化有限要素法, 乱流, RANS, $k-\varepsilon$ 型2方程式モデル

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: kishi1@civil.chuo-u.ac.jp

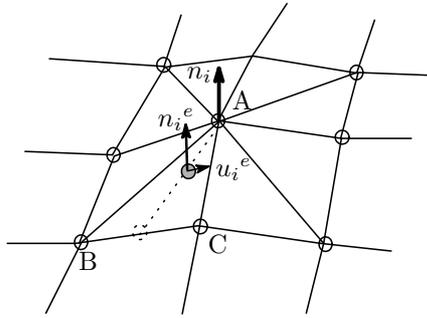


図-1 物体境界上法線ベクトルの定義

4. 数値解析例

(1) 解析条件

解析領域を図-2に、境界条件を表-1に示す。解析は前項に示したCase1~3について行い、 $Re = 84000$ とした。微小時間増分量 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$ とした。また、測定地点は立方体中心の底面を原点として、LineAは $x = 0.2L, y = 1.0L \sim 1.5L, z = 0.0L$ 、LineBは $x = 1.0L, y = 0.0L \sim 1.5L, z = 0.0L$ とし、流速 \bar{u} を測定し、比較を行った。なお、乱流モデルは標準 $k-\epsilon$ モデルを用いた。

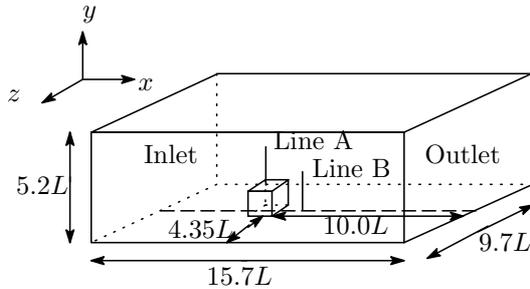


図-2 解析領域

表-1 境界条件

流入境界	$\bar{u} = y^{1/4}, k: \text{風洞実験値}^4)$ $\bar{v} = \bar{w} = 0.0, \epsilon = 0.3k \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$
流出境界	自由流出境界 ($\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, k, \epsilon: \partial/\partial x = 0$)
上端面	slip 条件
下端面	一般化対数則

(2) 解析結果

図-3に領域中心軸上での、乱流エネルギー k の分布を、図-4に LineA, B の風速を示す。

図-3を見ると、本解析は Case1(non-slip), Case2 (corner-fix), Case3 (corner-move) とともに村上らの解析値¹⁾(標準 $k-\epsilon$ モデル)と比較的良好一致しているが、立方体風上側で乱流エネルギー k の値が実験値⁴⁾に比べ過大に評価されている。また、Case1~3では、乱流エネルギー k の分布に若干差異が見られた。乱流エネルギー k の最大値は、Case1~3それぞれ 0.313, 0.309, 0.305 となっており、Case3が最も低減させることが確認できた。

図-4を見ると、どの Line においても既存の実験値⁴⁾と良好一致を示しているが、Case3の方が、Case1, 2よ

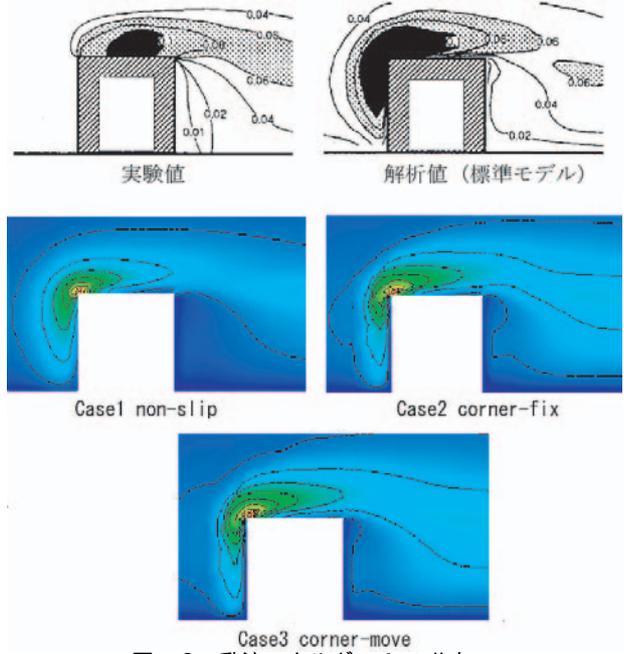


図-3 乱流エネルギー k の分布

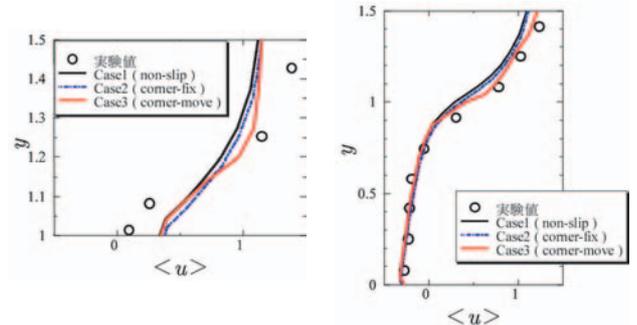


図-4 Line A, B における風速 (左: Line A, 右: Line B)

りも既存の実験値⁴⁾とより良好一致を示している。

5. おわりに

本研究は、都市における複雑乱流場の非構造格子に基づく風況解析手法の構築の際の基礎段階として、物体境界上角点における境界条件の精度検証を行い、既存の実験値、解析値と比較することにより、以下の結論を得た。

- 乱流エネルギー k について、角点の法線方向は幾何形状と周辺流速を考慮したものが最も低減することが確認出来た。
- 流速について、角点の法線方向は幾何形状と周辺流速を考慮したものが実験値と最も良好一致を示すことが確認出来た。

今後の課題としては、非等温場での解析が挙げられる。

参考文献

- 1) 島村雄二, 長谷部寛, 野村卓史: 第33回土木学会関東支部技術研究発表会, I-075, 2006.
- 2) 長谷部寛, 野村卓史: 土木学会第60会年次学術講演会, pp.689-690, 2005.
- 3) T.E.Tezduyar: Advance in Applied Mechanics, 28, pp.1-44, 1991.
- 4) 村上周三, 持田灯, 林吉彦: 東京大学生産技術研究所所報, 43(1), pp.27-35, 1991.