

有限要素法による非等温場 $k-\varepsilon$ モデルを用いた 3 次元乱流解析法に関する研究

日本大学 学生会員○西山 圭太
日本大学 非会員 菊地 聡

日本大学 正会員 長谷部 寛
日本大学 正会員 野村 卓史

1. はじめに

近年、都市部におけるヒートアイランド現象が問題となっている。空調設備や自動車から出る熱は、自然風との温度差が大きいため、風況には上昇しながら拡がっていく流れが生じる。風洞実験では検証の難しい都市部の大規模かつ複雑な風況を考える際、熱を考慮した風況解析が必要となる。本研究では、乱流モデルを用いた流れ解析に温度輸送方程式を連成させ、風況解析を行うための非等温場 3 次元乱流解析法の構築を目的としている。

2. 解析手法

2.1 基礎方程式

本研究では、乱流モデルとして logarithmic form¹⁾ を適用した非等温場における標準 $k-\varepsilon$ モデル²⁾ を用いた。モデルは以下に示す。

Reynolds方程式

$$\frac{D\bar{U}_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \right] - g_i \beta (\bar{T} - T_0) \quad (1)$$

連続条件式

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

温度方程式

$$\frac{D\bar{T}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} - \overline{u'_i T'} \right) \quad (3)$$

 K 方程式

$$\frac{\partial K}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial K}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial K}{\partial x_j} \right] + \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \left(\frac{\partial K}{\partial x_j} \right)^2 + e^{-K} \left(P_k + G_k - c_\mu \frac{e^{2K}}{\nu_t} \right) \quad (4)$$

 E 方程式

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial E}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial E}{\partial x_j} \right] + \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \left(\frac{\partial E}{\partial x_j} \right)^2 + e^{-K} (C_{\varepsilon 1} P_k + C_{\varepsilon 3} G_k - C_{\varepsilon 2} e^{E-K}) \quad (5)$$

Reynolds応力

$$\overline{u'_i u'_j} = -\nu_t \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (6)$$

乱流熱フラックス

$$-\overline{u'_i T'} = \frac{\nu_t}{P_\tau} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \quad P_\tau = 0.9 \quad (7)$$

乱流動粘性係数

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad C_\mu = 0.09 \quad (8)$$

生産項

$$P_k = \nu_t \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \quad (9)$$

$$G_k = g_i \beta \frac{\nu_t}{P_\tau} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \quad (10)$$

モデル定数

$$\sigma_k = 1.0 \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44 \quad C_{\varepsilon 3} = \begin{cases} 1.44 & (G_k > 0) \\ 0 & (G_k < 0) \end{cases} \quad (11)$$

$$\sigma_\varepsilon = 1.3 \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92$$

ここで、 $\bar{U}_i$ は平均流速、 $\bar{P}$ は平均圧力、 ν は分子動粘性係数、 $\bar{T}$ は平均温度、 T_0 は基準温度、 g_i は重力加速度、 β は体積膨張率、 ν_t は乱流動粘性係数、 α は分子温度拡散係数、 K は対数型乱流エネルギー、 E は対数型エネルギー散逸率、 P_τ は乱流プラントル数と表示した。

2.2 有限要素法による離散化

空間の離散化については有限要素法を用い、六面体 8 節点アイソパラメトリック要素を用いた。平均流速 $\bar{U}_i$ 、乱流エネルギー K 、散逸率 E 、平均温度 $\bar{T}$ は tri-linear 分布の補間関数を用い、平均圧力 $\bar{P}$ 、乱流動粘性係数 ν_t は要素内一定分布の補間関数を適用した。また、安定化手法については SUPG 法³⁾、時間方向の離散化に Predictor-Corrector 法³⁾を用いた。

キーワード 有限要素法、 $k-\varepsilon$ モデル、温熱解析

連絡先 〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8-14 日本大学理工学部土木工学科 TEL03-3259-0411

3. 局所的に熱を加えた対流の解析

3.1 解析概要

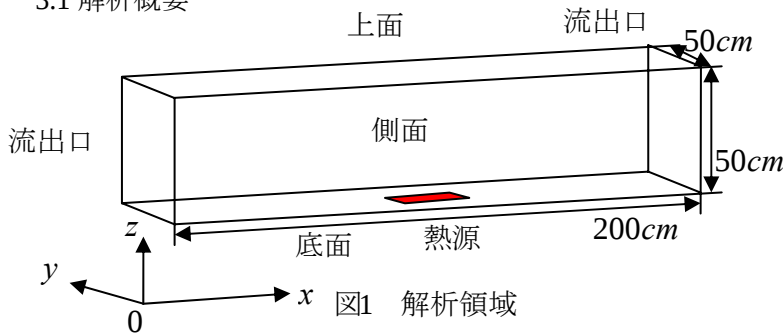


表1 境界条件

流出口	$(\sigma_{ij}n_j - \overline{u'_i u'_j})n_j = 0$ ($i=1,2,3$)	$\frac{\partial T}{\partial x_j} n_j = 0$
上面	$V = 0, (\sigma_{ij}n_j - \overline{u'_i u'_j})n_j = 0$ ($i=1,3$)	$\frac{\partial K}{\partial x_j} n_j = 0$
側面	$W = 0, (\sigma_{ij}n_j - \overline{u'_i u'_j})n_j = 0$ ($i=1,2$)	$\frac{\partial E}{\partial x_j} n_j = 0$
底面	壁関数 $\delta_w = 0.50cm$	

図1に示すように解析領域は長さ200cm、幅50cm、高さ50cmとし、x方向を等間隔に20分割、y方向を等間隔に10分割、z方向を不等間隔に18分割とし、最小メッシュ高さは0.520cmとした。節点数は4389、要素数は3600である。壁面と解析領域底面との距離 δ_w を0.50cmとし、底面境界には壁関数法を適用した。解析領域の底面に局所的に熱を与えている。熱を与えた箇所は、x方向とy方向の中心に位置する16要素の底面に10℃を与え、その他の底面は0℃とした。その他の境界条件を表1に示す。

3.2 解析結果

時間積分間隔 $\Delta t = 1.0\text{sec}$ とし、10000 ステップ解析を行い、定常状態になった段階での奥行き方向中央部 x-z 断面での流速ベクトル、温度分布、乱流エネルギー分布、散逸率分布を図2～5に示す。流速ベクトル[図2]より、熱源より上昇した流れの対流が確認できる。温度分布[図3]より熱は、熱源から上方に上昇し、解析領域上面に衝突し、左右にひろがっている。乱流エネルギー分布[図4]は、熱源の上方の上面境界において領域内の最大の値を示している。この要因として、標準 $k-\varepsilon$ モデルのモデル的欠点が考えられる。標準 $k-\varepsilon$ モデルは、流れが衝突する領域で乱流エネルギーを過大に評価してしまい、この箇所は熱源により熱せられた流れが上昇し、境界に

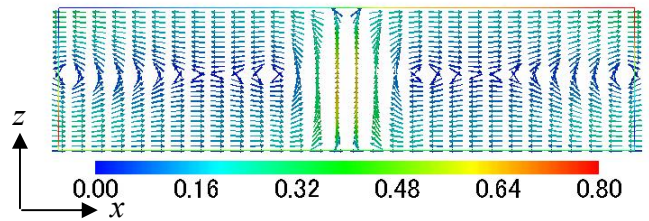


図2 流速ベクトル

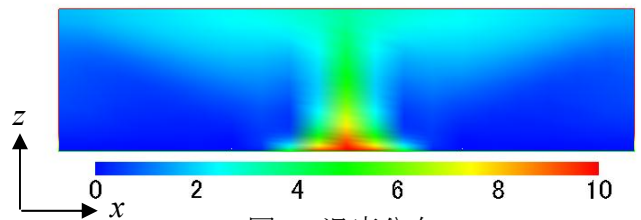


図3 温度分布

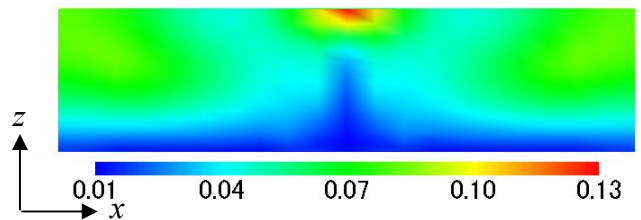


図4 乱流エネルギー分布

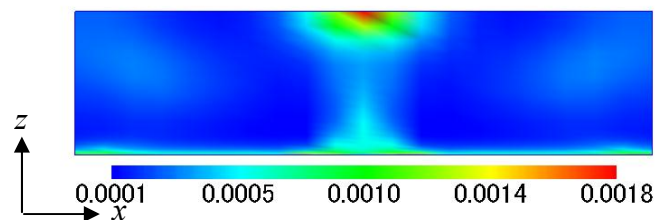


図5 散逸率分布

衝突する箇所であるので、乱流エネルギーが過大に評価されたと考えられる。

5. おわりに

標準 $k-\varepsilon$ モデルを用い、地表面に局所的に熱を与え、解析を行なった。その結果、熱による対流を確認することが出来た。今後は流入風速と熱を与えた解析を実施する予定である。

参考文献

- 1) Ilinca, F. et. al : AIAA J. , 36(1), pp.44-50,1998
- 2) 村上周三: 乱流の数値流体力学, 東京大学出版会, pp.401-422,1998
- 3) Brooks, A. N. et. al : Comput. Methods Appl. mesh. Engrg. , 32, pp.199-259