

渦励振動問題における流体-構造連成解析手法の比較検討

中央大学 学生員 ○ 河原崎 雄介
中央大学 正会員 田中 聖三
中央大学 正生員 檜山 和男

1. はじめに

流体力により構造物に動的な挙動が生じる現象には、風による長大橋の振動や波によるメガフロートなどの浮体構造物の挙動等工学の分野に数多く存在する。このような現象は流体と構造物の挙動が相関するため流体-構造連成問題と呼ばれている。この問題では、流体と構造個々の解析に加え、互いの挙動の相関を考慮するため連成解析手法を導入する必要がある。しかし、これらの問題の解析結果は、連成手法の違いにより影響を受けてしまうため、その影響を把握することは重要である。

そこで本論文は、ALE 安定化有限要素法に基づく高精度な流体-構造連成解析手法の構築を目的とし、連成手法の違いによる解析結果への影響を比較検討を行うものである。数値解析例として代表的な連成問題である円柱の渦振動問題を取り上げ、解析手法として、流体と構造を個別に解き連成させる手法(弱連成と呼ぶ)¹⁾及び、流体と構造を連立して同時に解く手法(強連成と呼ぶ)²⁾の2手法を用いる。

2. 数値解析手法

(1) 基礎方程式

a) 流体の基礎方程式

ALE 記述された非圧縮粘性流体の運動方程式及び連続式はそれぞれ以下の式 (1), (2) で表される。

$$\rho(\dot{\mathbf{u}} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{u} - \mathbf{f}) - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, p) = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

ここで、 ρ は密度、 $\mathbf{u}$ は流速ベクトル、 $\bar{\mathbf{u}}$ は相対流速ベクトル、 $\mathbf{f}$ は物体力ベクトルを表している。また、応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}$ は以下の式 (3) で表される。

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \mu(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) \quad (3)$$

ここで、 p は圧力、 μ は粘性係数である。

b) 構造の基礎方程式

構造は流れの中にバネ支持された二次元剛体と仮定している。以下に構造の運動方程式 (4) を示す。

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{k}\mathbf{v} = \mathbf{F}^s \quad (4)$$

ここで、 $\ddot{\mathbf{v}}$ は加速度ベクトル、 $\dot{\mathbf{v}}$ は速度ベクトル、 $\mathbf{v}$ は変位ベクトル、 $\mathbf{F}^s$ は構造の重心で働く集中力のベクトルを表す。

c) 有限要素方程式

流体の基礎方程式 (1), (2) に対して、安定化有限要素法 (SUPG/PSPG 法)³⁾を適用し、空間方向に離散化を行うと以下の有限要素方程式が得られる。

$$(\mathbf{M} + \mathbf{M}_\delta) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{K}(\bar{\mathbf{u}}) + \mathbf{K}_\delta(\bar{\mathbf{u}})) \mathbf{u} - (\mathbf{C} - \mathbf{C}_\delta) \frac{1}{\rho} p + \nu \mathbf{S} \mathbf{u} - (\mathbf{F} + \mathbf{F}_\delta) = 0 \quad (5)$$

$$\mathbf{C}^T \mathbf{u} + \mathbf{M}_\varepsilon \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{K}_\varepsilon(\bar{\mathbf{u}}) \mathbf{u} - \mathbf{F}_\varepsilon + \mathbf{C}_\varepsilon \frac{1}{\rho} p = 0 \quad (6)$$

ここで、 $\mathbf{M}$, $\mathbf{K}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{S}$ は係数行列、 $\mathbf{F}$ は外力ベクトルであり添字 δ , ε はそれぞれ SUPG 項, PSPG 項に起因するものを表わす。ここで、流体の時間方向の離散化には Crank-Nicolson 法を用いる。

また、構造の時間方向の離散化として、Newmark- β 法⁴⁾を用いる。本論文では、 $\gamma = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{4}$ としている。この場合加速度は Δt 時間の間 $\ddot{\mathbf{v}}_n$ と $\ddot{\mathbf{v}}_{n+1}$ の平均と見なされ、この場合の Newmark- β 法は無条件安定となる。

(2) 構造と流体の連成解析手法

安定化を施された式 (5) は以下のように書き換えることができる。

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} - \mathbf{G}p = \tilde{\mathbf{F}} \quad (7)$$

式 (7) における、解析領域全体の節点に関する変数ベクトル $\mathbf{u}$, $\tilde{\mathbf{F}}$ をそれぞれ以下のように区別する。

$$\mathbf{u} = (\mathbf{u}^\alpha, \mathbf{u}^\gamma)^T, \tilde{\mathbf{F}} = (\tilde{\mathbf{F}}^\alpha, \tilde{\mathbf{F}}^\gamma)^T \quad (8)$$

ここで、添字 γ は移動境界上の節点量を表し、添字 α はそれ以外の流体領域での節点量を表す。また、構造の表面の変数と構造の重心で定義した変数は、以下の適合条件式 (9), つり合い条件式 (10) を満足する必要がある。

$$\dot{\mathbf{u}}^\gamma = T^T \ddot{\mathbf{v}}, \quad \mathbf{u}^\gamma = T^T \dot{\mathbf{v}} \quad \text{on } \Gamma_I \quad (9)$$

$$\mathbf{F}^s + T \tilde{\mathbf{F}}^\gamma = 0 \quad \text{on } \Gamma_I \quad (10)$$

ここで、 T は、物体の重心と物体表面の各節点間の幾何学的な関係を表す行列であり、 Γ_I は移動境界を表す。

そして、式 (8) を用い、適合条件式 (9) を代入すると、流体の運動方程式 (5), 連続式 (6) および構造の運動方程式は以下のように表される。

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}^{\alpha\alpha} & \tilde{\mathbf{M}}^{\alpha\gamma} \\ \tilde{\mathbf{M}}^{\gamma\alpha} & \tilde{\mathbf{M}}^{\gamma\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}^\alpha \\ T^T \ddot{\mathbf{v}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}^{\alpha\alpha} & \tilde{\mathbf{K}}^{\alpha\gamma} \\ \tilde{\mathbf{K}}^{\gamma\alpha} & \tilde{\mathbf{K}}^{\gamma\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^\alpha \\ T^T \dot{\mathbf{v}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{G}}^\alpha \\ \tilde{\mathbf{G}}^\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{F}}^\alpha \\ \tilde{\mathbf{F}}^\gamma \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}_\varepsilon^\alpha & \tilde{\mathbf{M}}_\varepsilon^\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}^\alpha \\ T^T \ddot{\mathbf{v}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}^\alpha & \tilde{\mathbf{C}}^\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^\alpha \\ T^T \dot{\mathbf{v}} \end{bmatrix} + \mathbf{G}_\varepsilon p = \mathbf{F}_\varepsilon \quad (12)$$

$$\mathbf{m}^s \ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{c}^s \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{k}^s \mathbf{v} = \mathbf{F}^s \quad (13)$$

KeyWords: 流体-構造連成解析, 連成手法, 渦励振動問題

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 TEL 03-3817-1815 FAX 03-3817-1803

ここで、本論文で用いる連成解析手法について述べる。まず、弱連成では連成による付加的な質量、減衰を考慮することにより、流体と構造の相関を表現する。式 (11) の第 2 行により物体表面の節点力 $\tilde{\mathbf{F}}^\gamma$ を算出し、これを式 (10) により、構造の運動方程式に代入すると以下の式 (14) が得られる。

$$\mathbf{m}^* \ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{c}^* \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{k} \mathbf{v} = -T \left(\tilde{\mathbf{M}}^{\gamma\alpha} \ddot{\mathbf{u}}^\alpha + \tilde{\mathbf{K}}^{\gamma\alpha} \dot{\mathbf{u}}^\alpha - \tilde{\mathbf{G}}^{\gamma\alpha} p \right) \tag{14}$$

ここで、 m^* 、 c^* は以下の式で表される。

$$\mathbf{m}^* = \mathbf{m} + T \tilde{\mathbf{M}}^{\gamma\gamma} T^T, \mathbf{c}^* = \mathbf{c} + T \tilde{\mathbf{C}}^{\gamma\gamma} T^T$$

そして、式 (11) の第 1 行、及び式 (12) を解き得られた物理量 $\mathbf{u}^\alpha$ 、 p を用いて式 (14) を解くことで時間進行していく。

一方、強連成では、まず、式 (13) に対してつり合い条件式 (10) を代入すると以下の式を得る。

$$\mathbf{m}^s \ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{c}^s \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{k}^s \mathbf{v} = -T \tilde{\mathbf{F}}^\gamma \tag{15}$$

そして、式 (11)、(12) 及び式 (15) を連立して解き、流体と構造の未知量を同時に求め時間進行していく。

3. 数値解析例

(1) 円柱の渦振動問題

a) 解析条件

数値解析例として、円柱の渦振動問題を取り上げる。解析モデルとして、Anagnostopoulos and Bearman⁵⁾ が水槽実験をしたものをモデル化し用いる。図-1 に解析モデルを示す。また、円柱は剛体として、1 自由度のバネ・マス系としている。解析対象として、 $Re=100$ から 5 刻みで $Re=130$ まで、計 7 ケースの計算を行う。

(2) 解析結果

図-2 に弱連成、強連成による、レイノルズ数 105, 110 における円柱変位を示す。レイノルズ数 105 では、渦放出周波数と円柱の固有周波数が近づいたためにうなりのような波形となっており、レイノルズ数 110 では渦放出周波数と円柱の固有周期が同期するロックイン現象により円柱が大きく振動している様子が伺える。図-3 には渦放出周波数及び、円柱の変位を実験値と比較したものを示す。図-3 より弱連成及び、強連成による解析結果は実験値と良い一致を示し、両手法の有効性が確認できた。しかしながら、図-2 における変位及び振動の波形の特徴では両手法での大きな差異は確認できず、図-3 の各レイノルズ数における変位においても同様に差異は見られなかった。これは、本数値解析例は構造を一次元バネ支持されていると仮定しているため、構造の自由度が低く流体との相互依存性が弱いものとなっており、そのため両手法による結果に差異が現れなかったと考えられる。今後は、流体と構造の相互依存性の強い問題に対して両手法を用いて解析を行う必要がある。

4. おわりに

本論文では、ALE 有限要素法に基づく高精度な流体-構造連成解析手法の構築を目的とし、連成手法の比較を行った。

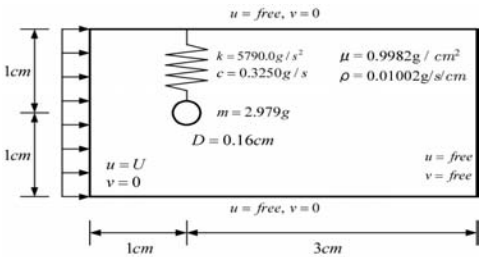


図-1 解析領域と各種計算条件

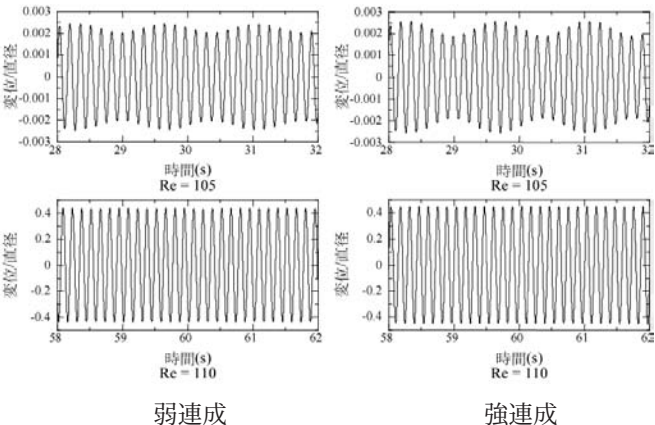


図-2 弱連成と強連成における円柱の変位の時刻歴

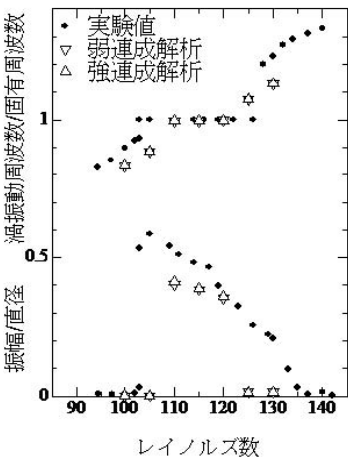


図-3 円柱の振動振幅と渦放出周波数の変化

数値解析例として、円柱の渦振動問題を取り上げ以下の結論を得た。

- 弱連成解析・強連成解析共に流体の渦振動によるロックイン現象を捉えることができ、実験値と良い一致を示し、両手法の有効性を示すことができた。
- 当数値解析例においては、連成手法の違いによる解析結果の大きな差異は見られなかった。

今後、流体と構造の相互依存性が強い問題に対して弱連成及び強連成による解析を行う予定である。

参考文献

- 1) 野村卓史, 新明正人:応用力学論文集 1,1998.
- 2) 張群, 久田俊明:日本機械学会論文集 (A 編)67,662,2001.
- 3) T.E.Tezduyar,et al:Comput.Methods Appl.Mech.Engrg95,pp221-242:1992.
- 4) Tomas.J.R.Hughes:THE Finite Element Method:Dover,2000.
- 5) P.Anagnostopoul,et al:J.Fluid and Struct6 pp39-50,1992.