

弾性波を利用したサウンディング

東海大学大学院 学生会員 五十嵐 大地
 東海大学 正会員 杉山 太宏
 東海大学 正会員 赤石 勝

1. まえがき

発生した弾性波の応答から既設杭の健全性を調査する健全性試験（インテグリティテスト）の推定精度については多くの研究が実施されている．健全性試験のように弾性波の応答特性から先端地盤の力学的特性が精度よく推定できればサウンディング法の一つとして利用できる可能性がある．

この報告は、一次元波動方程式の有限要素解析によりサウンディングロッド（以下ロッド）内を伝播する弾性波の応答特性から、先端地盤のインピーダンスを推定する方法を検討している．

2. 一次元波動方程式と有限要素法

周知の一次元波動方程式は式(1)で表され、式(1)にガラーキン法を適用して式(2)を得る．

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1) \quad , \quad [K]^e \{u\}^e + [M]^e \{\ddot{u}\}^e = 0 \quad (2)$$

ここに、 u は変位、 t は時間、 x は距離、 c は弾性波速度であり $c^2=E/\rho$ 、 E はヤング係数、 ρ は密度、 $[K]^e$ は要素の剛性マトリックス、 $[M]^e$ は要素の質量マトリックスである．式(2)の加速度に中央差分を適用し式(3)を得る．

$$\{u_{t+dt}\} = (\{I\} - dt^2 [M]^{-1} [K]) \{u_t\} - \{u_{t-dt}\} \quad (3)$$

$$[M]^e = \frac{\rho A l}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad [K]^e = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

ここに、 $\{I\}$ は単位行列である．

式(3)を解くことによってロッド内を伝播する弾性波による変位や応力の計算が可能である．

3. 計算条件

3.1 計算条件

- 1) ロッド；長さ 100 cm，直径 3 cm， $\rho = 1.128 \text{ g/cm}^3$ ， $E=41380 \text{ kg/cm}^2$ ， $c = 189700 \text{ cm/sec}$
 - ・サウンディングのモデル実験に合わせ設定した計算条件(A)
要素数 100，要素長 1 cm，時間増分 5.27 μsec
 - ・要素長の影響とサンプリングタイムを考慮して設定した計算条件(B)
要素数 100，要素長 0.1897 cm，時間増分 1 μsec
- 2) 砂地盤； $\rho_s = 1.7 \text{ g/cm}^3$ ， $E_s = 5040 \text{ kg/cm}^2$ ， $c_s = 53940 \text{ cm/sec}$ ，
要素数 50，要素長 0.284 cm 又は 0.054 cm

3.2 反射応力

ロッドのインピーダンス $Z=E*A/c$ ，反射係数 α (= 反射応力/入射応力) とすれば、砂地盤のインピーダンス Z_s は式(4)から求められる．ただし、 A はロッドの断面積である．

$$Z_s = Z * \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \quad (4)$$

4. 計算結果と考察

4.1 プログラムチェック

計算条件(A)で、砂地盤をロッドと同断面積で深さ方向に変化しないと仮定した場合、 $Z=1.541$ ， $Z_s=0.660$ ， $\alpha = -0.4$ ，発生した弾性波がロッド先端に到達する時間 t_a は 527 μsec である．その弾性波はロッド先端の砂地盤で入・反射される． t_a 以降 dt 時間毎の応力は、Table.1 のように計算された．ただし、入射応力は圧縮応力 981 kPa，要素長 $dx=1 \text{ cm}$ ，圧縮応力は+，引張応力は-で表す． $\alpha = -0.4$ ， $Z_s=0.660$ と設定した計算条件通りに計算された．

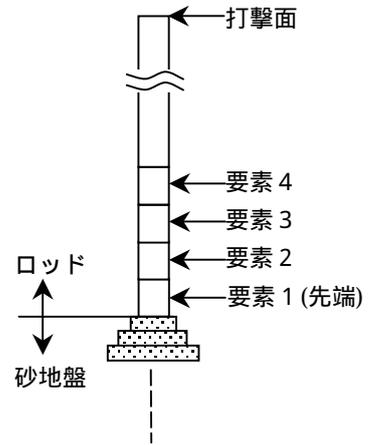


Fig.1 要素番号

Table.1 計算結果

ロッド 要素 時間	応力 kPa			
	1 (先端)	2	3	4
t_a	981	981	981	981
t_a+dt	588	981	981	0
t_a+2*dt	588	588	0	0
t_a+3*dt	588	-392	-392	0
t_a+4*dt	-392	-392	-392	-392

Table.2 計算結果

砂地盤 断面積	設定条件		計算結果	
	Z_s		反射応力 kPa	
A*1.5	0.990	-0.218	-213	-0.217
A*2	1.321	-0.077	-76	-0.077
A*3	1.981	0.125	124	0.126
A*4	2.641	0.263	258	0.263
A*5	3.302	0.364	357	0.364

キーワード；サウンディング,弾性波,インピーダンス,ヤング係数

連絡先；〒259-1207 平塚市北金目 1117 東海大学 TEL：0463-58-1211 E-mail：4accm001@keyaki.cc.u-tokai.ac.jp

砂地盤の断面積を変えて計算した結果は Table.2 のようである。ただし、全てのケースで入射応力=981 kPa としている。

以上の計算結果から、著者が用いた有限要素法による一次元波動解析プログラムは、計算条件の範囲内で十分信頼できる結果を得ることができた。

4.2 地盤内での応力波の分散と計算時間増分

ロッド先端地盤は無限大の面積を持つが、応力分散を考える方がより合理的に計算できると考えられる。深さ方向に 30 度あるいは 45 度で応力波が分散すると仮定した場合の反射応力に関する計算結果が Fig.2 である。分散角を設定した砂地盤は、要素毎に断面積が異なる。入射応力=981 kPa は、 $dt \cdot 10$ 時間継続する矩形波とした。また、ロッド先端の砂地盤要素の条件は Table.3 に示し、その他の地盤条件は 3. と同じである。

Fig.2 から明らかなように、反射波の先頭 1 要素分の反射応力が地盤内での応力分散の影響を受けていない。先頭 1 要素分の平均値は 30 度で -0.309, 45 度で -0.245 となり設定条件通りに計算されている。すなわち、先頭 1 要素分を正確に測定できれば、 Z_s を推定できる。また、反射応力の経時変化は、分散角の影響を受けて階段状になっている。原位置試験のロッドに矩形波を入力できれば、今後分散角の妥当性が検証できると考えられる。

分散角 30 度、要素長 0.054 cm で計算した結果が、Fig.3 の三角印で、Fig.2 と Fig.3 の白丸印は同じ計算結果である。ロッド先端地盤の断面積は、8.70 cm^2 から 7.36 cm^2 に減少する。したがって、 Z_s は 0.813 から 0.688 に、 β は -0.309 から -0.382 に変化する。Fig.3 に示した三角印で示した計算結果では、反射応力 -375 kPa が設定条件通りである。一次元波動の有限要素解析は、時間増分や先端地盤の要素長など計算条件の影響を受けることを Fig.3 は示している。

4.3 打撃応力波の形状

Fig.2, Fig.3 は、ロッドに矩形波を発生させた場合の計算結果である。Fig.4 と Fig.5 は、時間に比例して増加する三角形波を用い、それぞれ計算条件(A)と(B)で計算した結果を三角印で示している。比較のため Fig.2 に示した打撃応力が矩形波で分散角 30 度の場合の反射応力を白丸印で記入している。

Fig.4 では $\beta = -0.309$ が設定条件である。応力波先頭の 1 要素分において計算に用いた β とほぼ同じ値が計算されている。Fig.5 も反射波の先頭 1 要素分のみで計算に用いた β とほぼ同じ値が計算されている。もし弾性波の分散角が 30 度ならば、ロッド先端の実際地盤の条件は計算条件(B)、すなわち要素長が小さいものほど実際に近い。したがって Z_s は、応力波が拡散又は多次元条件下で入射・反射を繰り返した場合、反射応力波先頭付近にのみ地盤条件が反映されていると考え、ロッドに与える応力の経時変化・形状が問題となる。Fig.5 に示すように三角波の幅が $4 \cdot dt$ 時間以降になるほど設定した β との差が拡大することは明白である。

5. むすび

一次元波動方程式の有限要素解析によりロッドで計測される応力波から先端地盤のインピーダンス推定の可能性を検討した。ロッドを伝播する一次元応力波が、先端地盤で多次元になるとその影響を受けるため、ロッド内の反射応力から先端地盤のインピーダンス推定はかなり困難である。3次元波動方程式の解析ならびに地盤内での応力波の分散特性を把握する実験が必要と思われる。

参考文献；マイコンによる有限要素法入門，水本 久夫，原 平八郎，森北出版，1985，pp. 98-114

Table.3 地盤要素の条件

分散角	Z_s	
30度	0.813	-0.309
45度	0.934	-0.245

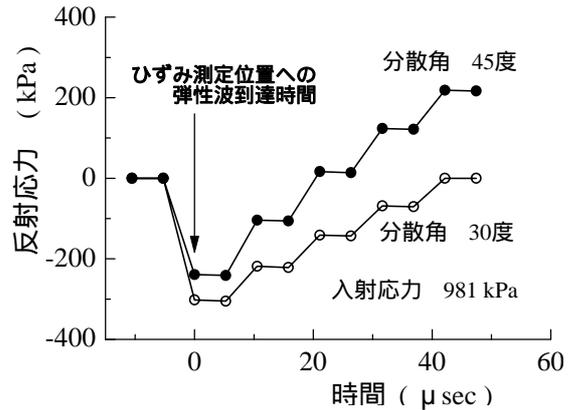


Fig.2 反射応力の経時変化(矩形波)

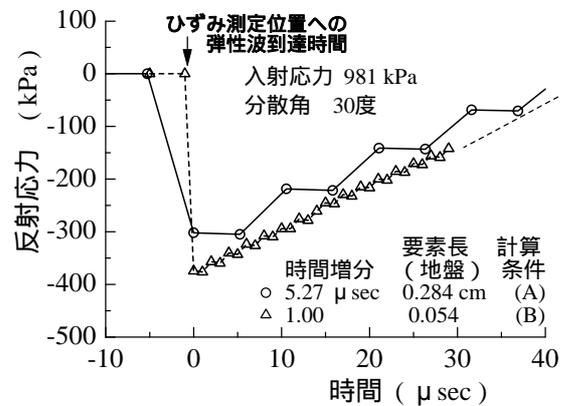


Fig.3 反射応力の経時変化(矩形波)

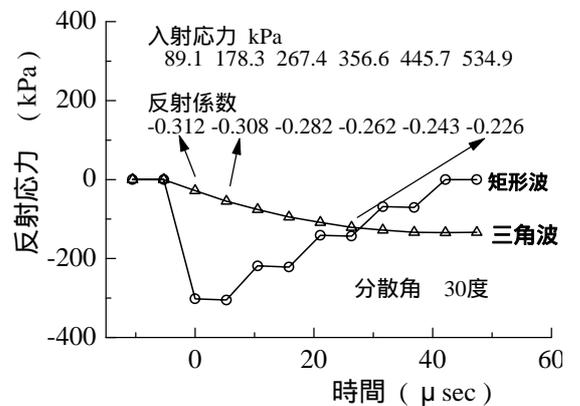


Fig.4 反射応力の経時変化(三角波)

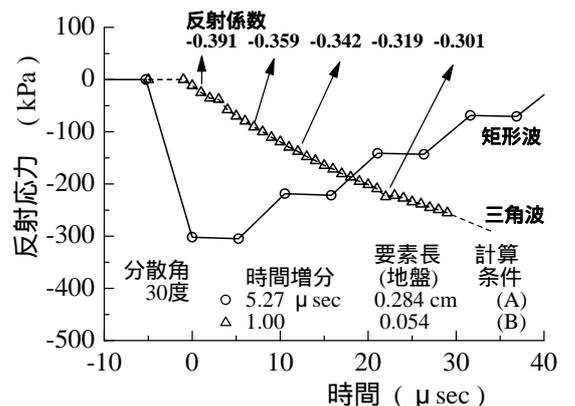


Fig.5 反射応力の経時変化(三角波)