

k-ε モデルを用いた矩形断面周りの流れの有限要素解析

日本大学理工学部 正会員 ○長谷部 寛
日本大学理工学部 正会員 野村 卓史

1. はじめに k-ε モデルに代表される RANS アプローチにより構造物周りの流れの解析を行なう場合、物体境界を扱う手法の一つに壁関数¹⁾がある。有限要素解析において壁関数を具体化する際、対数則から求まる壁面せん断応力を境界条件に用い、壁面上節点の接線方向流速を未知数として扱った場合、物体の角にあたる節点で流速の方向が一意的に定まらないという問題が生じる。著者はこの問題に対し、幾何形状と周辺の流速から節点流速の方向を評価する方法を提案し、辺長比 $B/D=1$ (B : 流れ方向長さ, D : 見つけ幅) の 2 次元正方形角柱に作用する空気力係数を評価し、既往の研究に近い結果が得られることを示した²⁾。本報告では同様の手法を、辺長比 $B/D=2$ の 2 次元矩形断面周りの流れの解析に適用した結果を報告する。

2. 物体境界上節点の自由度と壁関数の具体化 任意形状の物体への壁関数の適用を視野に入れた場合、物体境界が全体座標系と一致しない場合が想定される。そこで図 1 に示すように物体境界上の節点に限り、流速の自由度を接線方向成分 $\bar{u}_j$ および法線方向成分 $\bar{v}_j$ として扱い、 $\bar{u}_j$ を未知数、 $\bar{v}_j$ をゼロとした。

壁関数を具体化するにあたり、壁面せん断応力はその作用面を明確にするために、節点ではなく境界の辺上で定義し、辺上一定分布を仮定した。また流速の参照点は境界上の辺の中点とした。図 1 に示す辺 a 上の参照流速 $U_{ref,a}$ は、その両端の節点 i, j の接線方向流速 $\bar{u}_i, \bar{u}_j$ を辺に沿う方向に投影し、その成分を内挿した。参照流速 $U_{ref,a}$ は、次式で表わされる。

$$U_{ref,a} = \left\{ \bar{u}_i \cdot \cos(\bar{\theta}_i - \hat{\theta}_a) + \bar{u}_j \cdot \cos(\bar{\theta}_j - \hat{\theta}_a) \right\} / 2 \quad (1)$$

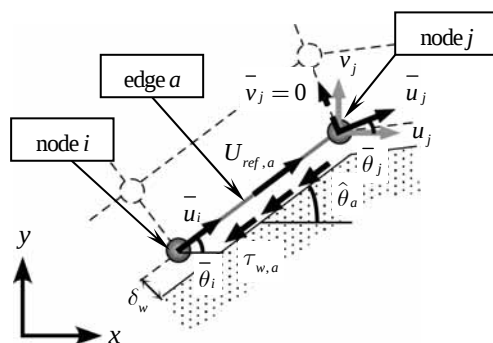


図1 物体境界上の流速の自由度と壁面せん断応力の評価点

ここで、 $\bar{\theta}_i, \bar{\theta}_j$ はそれぞれ節点 i, j の接線方向であり $\hat{\theta}_a$ は辺 a の傾きである。ここから壁面せん断応力 $\tau_{w,a}$ は、

$$\left[y^+ \geq 11.63 \right] \quad \tau_{w,a} = - \frac{\rho \kappa C_\mu^{1/4} \hat{k}_a^{1/2}}{\ln(C_E y^+)} \cdot U_{ref,a} \quad (2)$$

$$\left[y^+ < 11.63 \right] \quad \tau_{w,a} = - \mu \frac{U_{ref,a}}{\delta_w} \quad (3)$$

$$\left(y^+ = C_\mu^{1/4} \hat{k}_a^{1/2} \delta_w / \nu, C_\mu = 0.09, C_E = 9.793, \kappa = 0.4187 \right)$$

として求めた。 $\hat{k}_a$ は物体境界上節点の値から内挿された流速参照点の乱流エネルギーである。なお、 k, ε 方程式の境界条件は Launder-Spalding の方法¹⁾に従った。その際、参照流速として接線方向流速 $\bar{u}_j$ を用いた。

3. 幾何形状と周辺の流速を用いた節点流速の方向の評価

図 2 に示す物体境界上節点 j の節点流速 $\bar{u}_j$ の方向 $\bar{\theta}_j$ は、節点 j を持つ辺 a, b の傾き $\hat{\theta}_a, \hat{\theta}_b$ だけでなく、周辺の流れ場の状態に従い変化する扱いとした。具体的には、まず始めに辺 a, b 上で定義される辺上流速 $\hat{u}_{j,a}, \hat{u}_{j,b}$ を、節点 j とその両隣の節点 i, k の節点流速 $\bar{u}_i, \bar{u}_j, \bar{u}_k$ を用いて次式から評価した。

$$\hat{u}_{j,a}^{(N+1)} = \frac{1}{3} \left\{ \bar{u}_i^{(N)} \cos(\bar{\theta}_i^{(N)} - \hat{\theta}_a) \right\} + \frac{2}{3} \left\{ \bar{u}_j^{(N)} \cos(\bar{\theta}_j^{(N)} - \hat{\theta}_a) \right\} \quad (4a)$$

$$\hat{u}_{j,b}^{(N+1)} = \frac{2}{3} \left\{ \bar{u}_j^{(N)} \cos(\bar{\theta}_j^{(N)} - \hat{\theta}_b) \right\} + \frac{1}{3} \left\{ \bar{u}_k^{(N)} \cos(\bar{\theta}_k^{(N)} - \hat{\theta}_b) \right\} \quad (4b)$$

ここで、流速は辺 a, b 上で線形に分布していると仮定しており、添字 $N, N+1$ は時間ステップを表わす。続いて辺上流速 $\hat{u}_{j,a}, \hat{u}_{j,b}$ から、以下の式で表される流速の重み $W_{j,a}, W_{j,b}$ を計算した。

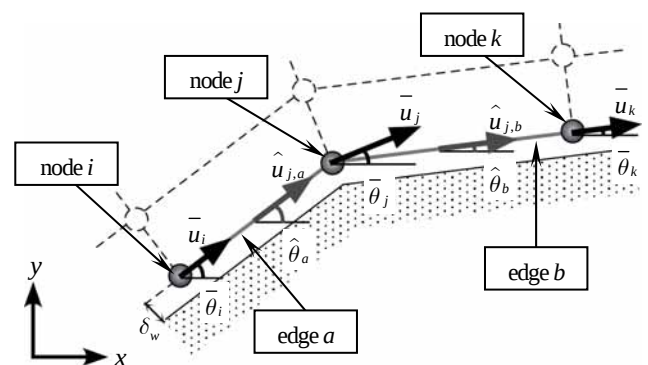


図2 節点流速の方向の評価に用いる記号の定義

キーワード：有限要素法，壁関数，物体の角， $B/D=2$ 矩形断面

連絡先：〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8-14

TEL/FAX 03-3259-0411

$$W_{j,a}^{(N+1)} = \hat{u}_{j,a}^{(N+1)} / \left(\left| \hat{u}_{j,a}^{(N+1)} \right| + \left| \hat{u}_{j,b}^{(N+1)} \right| \right) \quad (5a)$$

$$W_{j,b}^{(N+1)} = \hat{u}_{j,b}^{(N+1)} / \left(\left| \hat{u}_{j,a}^{(N+1)} \right| + \left| \hat{u}_{j,b}^{(N+1)} \right| \right) \quad (5b)$$

そして、辺 a, b の傾き $\hat{\theta}_a, \hat{\theta}_b$ に対し、 $W_{j,a}, W_{j,b}$ により流速による重み付けをすることで、境界上節点 j の接線方向 $\bar{\theta}_j$ を、次式から評価した。

$$\bar{\theta}_j^{(N+1)} = W_{j,a}^{(N+1)} \cdot \hat{\theta}_a + W_{j,b}^{(N+1)} \cdot \hat{\theta}_b \quad (6)$$

4. $B/D=2$ 矩形断面周りの流れの解析

辺長比 $B/D=2$ の矩形断面周りの流れの解析を行い、空気力係数を既往の研究結果と比較した。解析手法は、離散化手法として有限要素法を用い、流速に関しては双線形補間関数、圧力に関しては要素内一定の補間関数を用い、SUPG 法³⁾により離散化した。時間積分法には予測子・修正子法³⁾を用いた。また、計算安定化のために、 k, ε の対数をとった K, E の方程式を解く logarithmic form⁴⁾ を適用した。

図3に解析条件を示す。乱流モデルには修正 $k-\varepsilon$ モデル⁵⁾ を用い、流境界の境界条件 Γ_3 中の記号 Σ は、応力テンソルおよびレイノルズ応力の和であり、流体の総応力を表す。

表1に空気力係数の結果を示す。嶋田らの解析結果⁶⁾、坂本らの実験結果⁷⁾と比較した。平均抗力係数 $\bar{C}_D$ は過大に評価されたものの、変動揚力係数 C_L' 、ストローハル数 S_t は坂本らの実験値に近い良好な結果が得られた。2次元正方形角柱の解析結果²⁾をあわせて示したが、こちらは平均抗力係数も妥当な結果が得られており、 $B/D=2$ 矩形断面の平均抗力係数の過大評価に関しては今後の検討課題と言える。

表2に $B/D=2$ 矩形断面四隅の節点流速の方向を示す。前縁の角付近に比べ後縁の角付近の流れ場は、渦の放出に伴い大きく変化する。角 A, B の節点流速の方向の変動量は僅かであるが、角 C, D は節点流速の方向がより変動しており、流れ場の状況を反映した節点流速の方向の評価という狙いが達成されている。

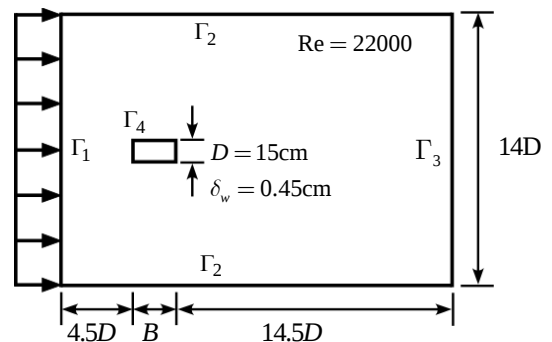
図4は揚力が最大となった瞬間の渦度のコンター図である。嶋田らの解析結果⁶⁾と比較をすると定性的に一致しており、妥当な分布が得られた。なお、嶋田らの文献には渦度の値が記されておらず、定量的な比較は行っていない。

5. 結論 本研究では有限要素法により壁関数を具体化する際に問題となる、物体の角にあたる節点の流速の方向を、幾何形状に周辺の流れ場の影響を反映させ評価する工夫を行い $B/D=2$ 矩形断面周りの流れの有限要素解析を行なった。矩形断面四隅の流速の方向に関しては、前縁よりも後縁のほうが変動量は大きくなっており、後縁では渦放出に伴い流れ場がより変化するから、流れ場の状況を反映した評価が達成された。空気力係数は、変動揚力係数、ストローハル数は妥当な値が得られたものの、平均抗力係数

が過大評価される結果となり、今後の検討課題と言える。

今後は再付着型の矩形断面や、剥離点位置が定まらない円柱周りの流れの解析を行ない、本手法の有効性の検討を行っていく予定である。

【参考文献】 1) Launder, B.E. et al. : Comp. Meth. Appl. Eng., 3, pp.269-289, 1974. 2) 長谷部寛ほか：土木学会第60回年次学術講演会, I-346, 2005. 3) A.N.Brooks et al. : Comp. Meth. Appl. Eng., 32, pp.199-259, 1982. 4) F.Ilinca et al. : AIAA J., Vol.36, No.1, pp.44-50, 1998. 5) 加藤真志：土木学会論文集, No.577/I-41, pp.217-230, 1997. 6) 嶋田健司ほか：第15回風工学シンポジウム論文集, pp.161-166, 1998. 7) 坂本弘志ほか：日本機械学会論文集 (B 編), 55 巻 516 号, pp.2310-2317, 1989



$$\Gamma_1: U_{in} = 214.3 \text{ cm/s}, I_u = 2\%, k = (I_u U_{in})^2, \nu_t = 100\nu$$

$$\Gamma_2: V = \partial K / \partial \mathbf{n} = \partial E / \partial \mathbf{n} = 0$$

$$\Gamma_3: \Sigma \cdot \mathbf{n} = \partial K / \partial \mathbf{n} = \partial E / \partial \mathbf{n} = 0$$

$$\Gamma_4: \text{Wall Function}$$

図3 解析条件

表1 空気力係数の比較

B/D		$\bar{C}_D$	C_L'	S_t
1	本研究	2.13	0.73	0.129
	加藤	2.05	0.82	0.145
2	本研究	1.98	0.56	0.077
	嶋田ら	1.40	0.24	0.082
	坂本ら	1.61	0.54	0.087

表2 $B/D=2$ 矩形断面四隅の節点流速の方向と変動範囲

	A	B	C	D
θ	232.0° ±2.5°	128.0° ±2.5°	318.3° ±12.4°	221.8° ±12.4°

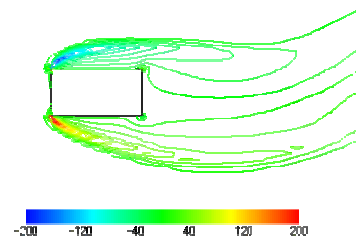


図4 揚力最大時の渦度コンター図