

有限要素法による3次元乱流解析法の構築

日本大学大学院理工学研究科 学生会員 ○島村 雄二
 日本大学理工学部 正会員 長谷部 寛
 日本大学理工学部 正会員 野村 卓史

1. はじめに

高層ビルの建設に伴うビル風の問題や、ヒートアイランド現象の対策を目的とした都市空間の風況予測や地形の影響を考慮した風環境の予測に風況解析は重要である。本研究では、風況解析を行うための3次元乱流解析法を有限要素法によって構築することを目的としている。

2. 解析手法

2.1 基礎方程式

乱流モデルには標準 $k-\varepsilon$ モデル¹⁾を用いた。 $k-\varepsilon$ モデルの運動方程式[式(1)]および連続条件式[式(2)]を以下に示す。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{U} = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \left[-P\mathbf{I} + \mu(\nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T) - \rho \overline{\mathbf{u}' \otimes \mathbf{u}'} \right] + \mathbf{f} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{U}$ は平均流速、 P は平均圧力、 $\mathbf{I}$ は単位行列、 μ は分子粘性係数、 $\mathbf{f}$ は外力項、 $\overline{\mathbf{u}' \otimes \mathbf{u}'}$ は Reynolds 応力である。

乱流エネルギー、散逸率の輸送方程式は以下に示す。

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla k = \nabla \cdot \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k - \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla \varepsilon = \nabla \cdot \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \varepsilon) \quad (4)$$

ここで生産項 P_k は以下のように定義する。

$$P_k = \frac{1}{2} C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} (\nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T)^2 \quad C_\mu = 0.09 \quad (5)$$

モデル定数には以下の値が用いられる。

$$C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3$$

2.2 有限要素法による離散化

空間の離散化には有限要素法を用い、六面体アイソパラメトリック要素で分割した。流速 u 、乱流エネルギー k 、散逸率 ε は三重線形分布の補間関数を

用い、圧力 P 、乱流動粘性係数 ν_t は要素内一定分布の補間関数を適用した。また、安定化手法は SUPG 法²⁾、時間方向の離散化に Predictor-Corrector 法²⁾、物体境界の取り扱いには壁関数法を適用した。

3. 3次元解析における壁関数の具体化

地形の影響を考慮するためには斜めの境界を扱う必要がある。この場合、節点流速の方向及び、壁面せん断応力が作用する面が容易に決まらない。そこで本研究では、以下の方法を用い壁関数の具体化をした。

3.1 壁面せん断応力の評価点

壁関数により求まる壁面せん断応力は、要素の面上で定義する[図(1)]。壁面せん断応力を算出する際の参照流速の参照点は面の中心とする。参照流速は、面を構成する4つの節点の節点流速 $\hat{u}_i$ を面の傾きに投影し($=\hat{u}_i$)、(6)式より算出する。

$$U_{ref} = \sum_{i=1}^4 \hat{u}_i / 4 \quad (6)$$

この参照流速 U_{ref} を用い壁面せん断応力 τ_w を算出する[式(7)、式(8)]。

$$[y^+ \geq 11.63] \quad \tau_w = -\frac{\rho \kappa C_\mu^{1/4} \hat{k}^{1/2}}{\ln(Ey^+)} \cdot U_{ref} \quad (7)$$

$$[y^+ < 11.63] \quad \tau_w = -\mu \frac{U_{ref}}{\delta_w} \quad (8)$$

$$(y^+ = C_\mu^{1/4} \hat{k}^{1/2} \delta_w / \nu, C_\mu = 0.09, E = 9.793, \kappa = 0.4187)$$

$\hat{k}$ は参照流速点の乱流エネルギーである。 k, ε 方程式の境界条件は Launder-Spalding の方法³⁾に従った。

3.2 節点流速の方向の評価方法

物体境界が全体座標系と一致しない場合、局所的な座標変換が必要となる。そこで、節点流速の方向の評価方法として、幾何形状から評価する方法を採用した。注目する物体境界上の節点に接している面

キーワード 有限要素法、 $k-\varepsilon$ モデル、壁関数

連絡先 〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8-14 日本大学理工学部 TEL(03)3259-0411

の法線ベクトル $\bar{\mathbf{n}}_i$ から、注目する節点の法線ベクトル $\mathbf{n}$ を評価した[式(9)].

$$\mathbf{n} = \sum_{i=1}^4 \bar{\mathbf{n}}_i / 4 \quad (9)$$

評価された法線ベクトルより、物体境界上節点の接平面を定義する。また、物体境界上節点のみ、自由度を法線方向成分 $\bar{w}$ (=ゼロ)及び接平面成分 $\bar{u}, \bar{v}$ (=未知数)とした。

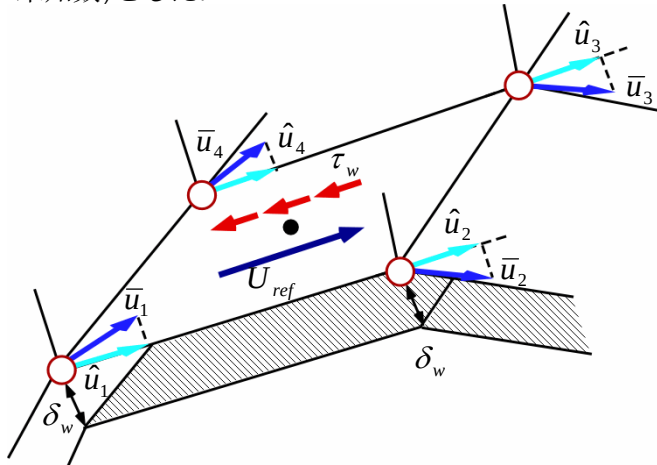


図1 壁面せん断応力の定義

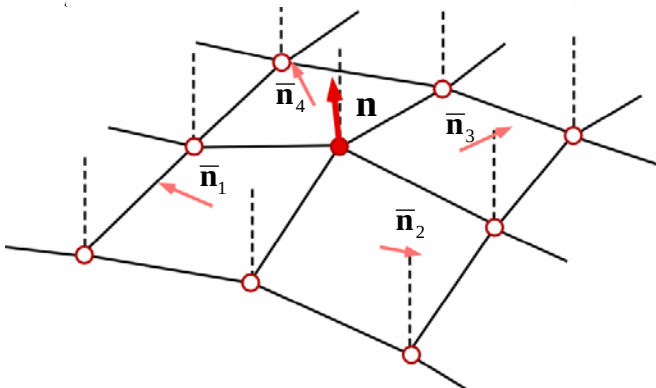


図2 物体境界上節点の法線ベクトルの定義

4. 3次元孤立峰の解析

上記の方法で3次元孤立峰の解析を行った。丘の高さ H は4cm, 底面の長さ $2L$ は20cmとした。解析領域を $15H \times 15H \times 10H$ とし、節点数4913, 要素数4096に分割し解析を行った。解析条件を図3に示す。流入条件は石原ら⁴⁾の実験を参考にした。図4は壁面の流速ベクトルを示す。図5に、丘陵付近の x - z 面(中心断面)における流速ベクトルを示す。流速ベクトルの傾きが丘陵に沿っていることが確認できる。

5. おわりに

標準 k - ϵ モデルを用い、3次元の乱流解析法を有限要素法によって構築した。3次元解析における壁関数の具体化をし、孤立峰の解析を行った。丘陵周

りの流れを再現できていることを確認した。今後は節点流速の方向の評価をする際、注目する節点の周辺流速を重みとし評価をする方法を検討していく。

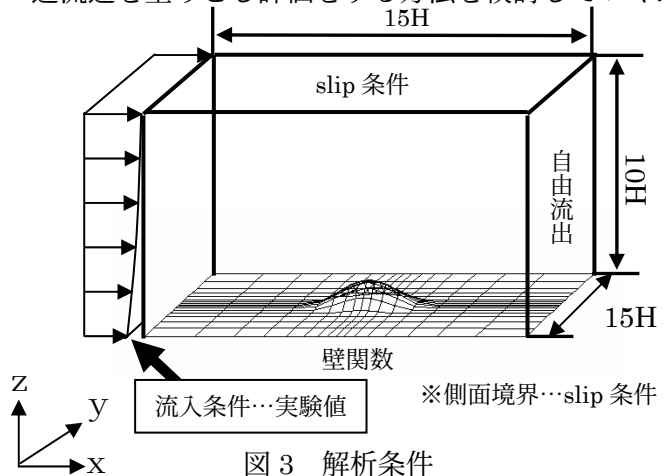


図3 解析条件

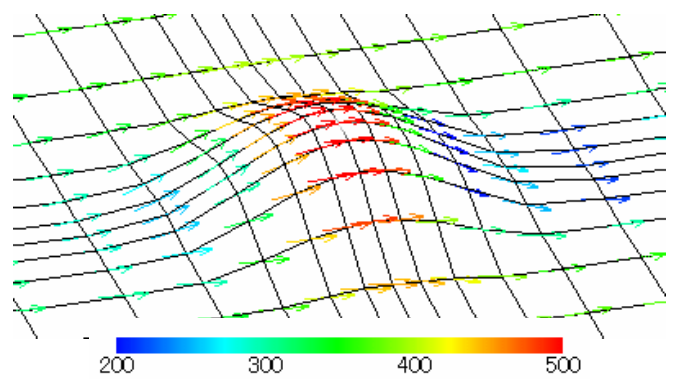


図4 壁面の流速ベクトル

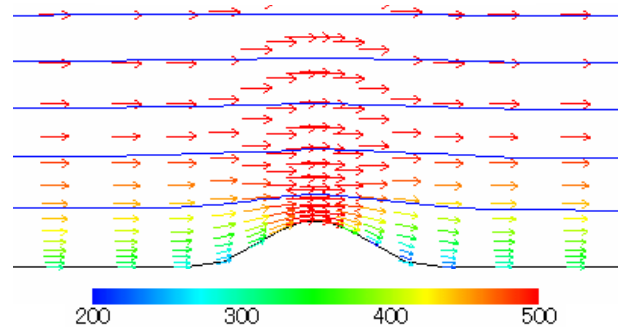


図5 流線と流速ベクトル (x - z 中心断面)

参考文献

- 1) 数値流体力学編集委員会編：数値流体力学シリーズ3「乱流解析」，東京大学出版会，第2章，1995
- 2) A.N.Brooks and T.J.R.Huges: Comp. Meth. Appl. Eng., 32, pp.199-259,1982
- 3) Launder,B.E.andSpalding,D.B.:Comp.Meth.Appl. Eng.,3,pp.269-289,1974
- 4) 石原孟，日比一喜：急峻な山を越える乱流場に関する実験的研究，第15回風工学シンポジウム論文集，1998, pp.61-66