

ALE 安定化有限要素法を用いた抑制板を有する貯槽のスロッシング解析

中央大学 学生員 ○遊佐 直樹
中央大学大学院 学生員 田中 聖三
中央大学 正会員 檜山 和男

1. はじめに

地震動の卓越周期と貯槽内の液体の固有周期が一致することにより励起されるスロッシング波は、浮き屋根の沈没や破壊を引き起こし、火災事故等の甚大な被害を及ぼす場合がある。これらの災害を防ぐためには、抑制板や制振材等を用いることによるスロッシング波の抑制が必要であり、その効果を検討することは工学上重要である¹⁾。これらのスロッシング現象は、自由表面流れ問題の一つであり、その挙動を把握するための数値解析手法は、これまでに数多く提案されているが、その中でも ALE 法²⁾は高精度な解析を行うことのできる有効的な手法である。

そこで本論文は、スロッシング波に対する抑制板の効果について検討可能な数値解析手法の構築を行い、ALE 安定化有限要素法に基づく自由表面流れ解析手法の有効性について検討した。数値解析例として、抑制板を有する円筒貯槽内スロッシング問題を取り上げ、実験値と比較することにより、本手法の有効性について検討した。

2. 数値解析手法

(1) 基礎方程式と定式化

本研究で用いる非圧縮性粘性流体の基礎方程式は以下に示す ALE 記述された運動方程式と連続式で表される。

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - f_i \right) - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

ここで ρ は密度、 u_i は流速、 f_i は物体力を表している。また、 $\bar{u}_i$ はメッシュの移動速度 $\hat{u}_i$ を含む相対速度であり、 σ_{ij} は応力テンソルで以下の式で表される。

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu D_{ij} \quad (3)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

また、Dirichlet 型、Neumann 型境界条件はそれぞれ式 (5)、(6) で与えられる。

$$u_i = g_i \quad \text{on } \Gamma_g \quad (5)$$

$$\sigma_{ij} n_j = h_i \quad \text{on } \Gamma_h \quad (6)$$

ここで、 g_i, h_i はそれぞれ流速、トラクションの既知量を示す。また式 (1)、(2) に対して、流線風上化法/圧力安定化法 (SUPG/PSPG 法) に基づく安定化有限要素法³⁾を適用し、流速 1 次/圧力 1 次要素 (P1/P1 要素) を用いて補間を行うと以下の有限要素方程式が得られる。

$$(\mathbf{M} + \mathbf{M}_\delta) \frac{\partial u_i}{\partial t} + (\mathbf{K}(\bar{u}_j) + \mathbf{K}_\delta(\bar{u}_j)) u_i - (\mathbf{C} - \mathbf{C}_\delta) \frac{1}{\rho} p + \nu \mathbf{S} u_j - (\mathbf{N} + \mathbf{N}_\delta) f_i = 0 \quad (7)$$

$$\mathbf{C}^T u_j + \mathbf{M}_\varepsilon \frac{\partial u_i}{\partial t} + \mathbf{K}_\varepsilon(\bar{u}_j) u_i - \mathbf{N}_\varepsilon + \mathbf{C}_\varepsilon \frac{1}{\rho} p = 0 \quad (8)$$

ここで、 $\mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{C}, \mathbf{S}, \mathbf{N}$ は係数行列であり添え字 δ, ε はそれぞれ SUPG 項, PSPG 項に起因するものを表す。

時間方向の離散化には、Crank-Nicolson 法を適用し、連立方程式の解法には、GP-BiCG 法を用いる。

(2) 解析領域の更新

ALE 法に基づく界面追跡法では、自由表面形状を解析領域の境界として直接表現するため、時々刻々の自由表面位置に合わせて解析領域を更新する必要がある。自由表面位置に関する条件として、自由表面上においてメッシュ移動速度は以下の運動学的条件を満たす必要がある。

$$\hat{u}_i n_i = u_i n_i \quad \text{on } \Gamma_s \quad (9)$$

ここで、 n_i は境界上の単位法線ベクトルであり、 Γ_s は自由表面を表す。本手法では、自由表面上の節点移動方向を鉛直方向に限定する事により、3 次元の場合には以下の水位 H に関する式が得られる。

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{n_x}{n_z} u_x + \frac{n_y}{n_z} u_y + u_z \quad (10)$$

式 (10) を前進オイラー法で時間積分することにより変位 ΔH が求まる。自由表面の変位を境界条件として与え、領域内節点変位分布を求めるために以下の Laplace 方程式を解き、各節点の移動量を求め、解析領域を更新する。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i^2} = 0 \quad (11)$$

$$\phi = \Delta H \quad \text{on } \Gamma_m \quad (12)$$

$$\phi = 0 \quad \text{on } \Gamma_f \quad (13)$$

ここで、 ϕ は節点移動量であり、添え字 m, f はそれぞれ移動境界、固定境界を表す。

3. 数値解析例

本手法の有効性を確認するために、数値解析例として 3 次元円筒貯槽スロッシング解析を行い実験値¹⁾と比較した。解析モデルとして、図-1 に示すように、直径:0.6m、高さ:0.8m の貯槽内に、水深:0.5m まで流体を貯め、以下の式で表される水平加振を行った。

$$f_x = A \sin 2\pi f t \quad (14)$$

KeyWords: ALE 法, スロッシング, 安定化有限要素法

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: d31413@kc.chuo-u.ac.jp

ここで、加速度振幅 A は $2 \times 10^{-2} m/s^2$ を与え、周波数 f には $1.10 Hz$ から $1.35 Hz$ までを $0.01 Hz$ 刻みで与え、抑制板の有無がスロッシング波に及ぼす影響について検討した。なお、流体は水とするため密度 ρ 、動粘性係数 ν はそれぞれ $1.0 \times 10^3 kg/m^3$ 、 $1.0 \times 10^{-6} m^2/s$ とし、重力加速度、微小時間増分量はそれぞれ $9.8 m/s^2$ 、 $0.01 s$ とした。図-2 に示す有限要素分割図は、抑制板があるときに用いるものであり、抑制板による効果を検討する際に、支柱部分については影響が少ないと考え、考慮していない。

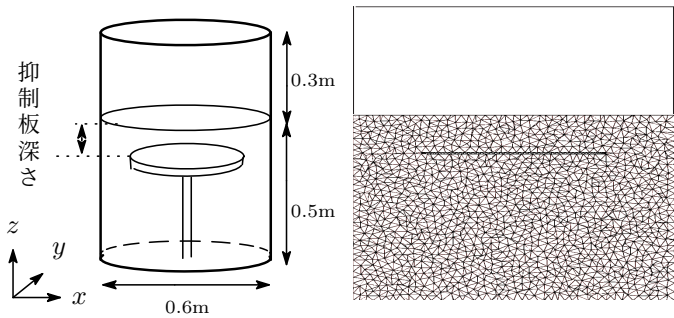


図-1 解析モデル

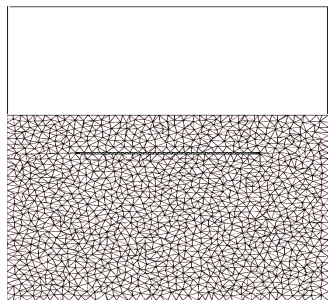


図-2 有限要素分割図
(中心断面)

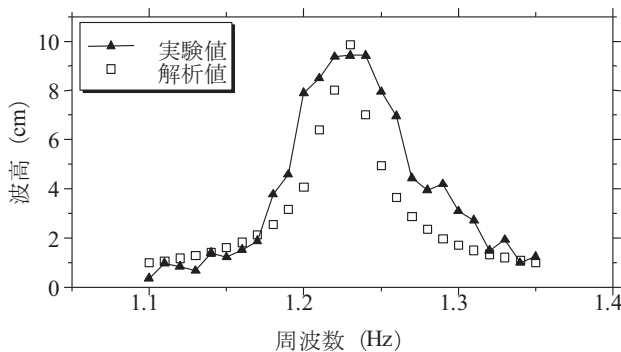


図-3 各周波数におけるスロッシング波高

まず、抑制板がない場合の解析結果として、図-3に、各周波数における、スロッシング波高の実験値との比較を示す。この図より、実験値と若干の差異があるものの、この水深に対する固有周期である $1.232 Hz$ 付近で共振現象によるスロッシング波高のピークを捉えているが確認できる。

また、抑制板を有する場合として、静止水面より深さ $10 cm$ の位置へ、直径: $34.5 cm$ 、厚さ: $5 mm$ の平板を設置し、解析を行った。この時の各周波数におけるスロッシング波高を抑制板がない場合と比較したものを図-4に示す。この図より、抑制板の効果により、波高のピーク値が抑制されていることがわかる。また、抑制板により水深が変化することから固有周期が短くなっていることがわかる。しかしながら、図-5に、抑制板深さと最大波高の実験値を示すが、今回行った抑制板深さ $10 cm$ において、解析結果は実験値と比較して波高が過大に評価されている。また、参考のために深さ $50 cm$ の位置には抑制板がない場合の波高を示した。今後はその他の抑制板深さについても解析を行

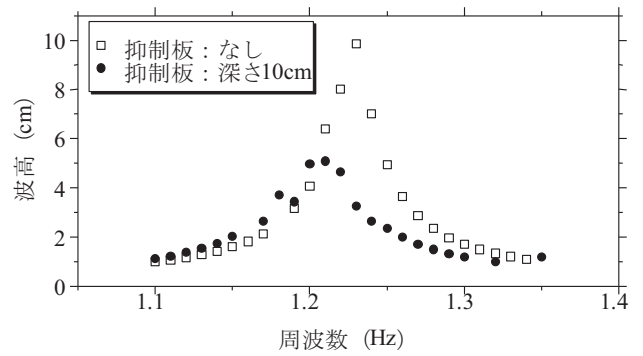


図-4 抑制板による波高への影響

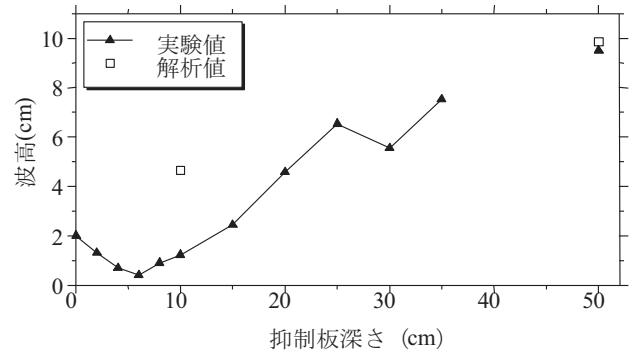


図-5 抑制板深さにおける最大波高

うとともに、実験値との差異について詳細な検討を行う必要がある。

4. おわりに

本論文では、スロッシング波に対する抑制板の効果について検討可能な数値解析手法の構築を行い、ALE 安定化有限要素法に基づく自由表面流れ解析手法の有効性について検討した。数値解析例として、抑制板を有する円筒貯槽内スロッシング問題を取り上げた。そして以下の結論を得た。

- 抑制板がない場合において、実験値とは若干の誤差があるが定性的に一致しており、共振現象のピークを捉えることができた。
- 抑制板がある場合において、解析結果は実験値と比較して波高が過大評価されているが、スロッシングの抑制がみられた。

今後の課題として、実験値との差異について詳細な検討を行う予定である。

参考文献

- 1) 川口周作, 水田洋司, 高西照彦, 北原伸浩, 菅付紘一, 松浦一郎, "円筒タンクのスロッシング軽減に関する実験的研究", 土木学会第60回年次学術講演会
- 2) 田中聖三, 檜山和男, "任意壁面形状及び開境界を有する自由表面流れのための ALE 安定化有限要素法", 応用力学論文集, 6, pp223-230
- 3) T.E.Tezduyar, "Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations", *Advances in Applied Mechanics*, 28, pp1-44, 1991