防衛大学校	学生員	石橋和佳	学生員	坊原尚	旨記
防衛大学校	学生員	白石博文	正会員	香月	智

1. 緒 言

構造物に設計荷重と異なる形態の荷重が作用した場 合, 脆く崩壊することがある.本研究は, この様な予 期しない外力に対する脆弱性を評価することによって, じん性に富む構造設計を可能にするため,モンテカル ロシミュレーションとホロノミック弾塑性解析¹⁾を組 み合わせ,構造システムのリダンダンシー評価法の提 案を試みたものである.

2. 解析手法

ここで,

2.1 ホロノミック弾塑性解析

荷重の増分を利用した増分弾塑性解析では,実際の 荷重や変位に沿って解析を行うため,現象に忠実であ り,除荷過程も取り扱えるので広く使用されている. しかし,ある荷重状態における構造物の応答を知るた めには,多大な解析時間を費やさなければならない. これに対し,ホロノミック弾塑性解析は,塑性変形理 論に基づいており,荷重履歴および荷重増分を行わず に弾塑性解析を行なうため,一般に単純増加荷重の解 析では増分解析解と一致する解が極めて短時間に得ら れる.ここで,仮に増分弾塑性解析とホロノミック弾 塑性解析が一致すれば,後者を用いて現実の事象に即 して考える事ができ,より現実的である.従って,両 者の比較を行なうものとする.

ホロノミック弾塑性解析は,整理することによって, 増分弾塑性解析よりも軽快に解くことになる.

目的関数: $x \lambda \rightarrow min$	(1-a)
制約条件: $A\lambda + x + B = 0$, x 0, λ 0	(1-b)
$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{N}^{T}\boldsymbol{k}\boldsymbol{c}\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{c}^{T}\boldsymbol{k}\boldsymbol{N} - \boldsymbol{N}^{T}\boldsymbol{k}\boldsymbol{N}$	(1-c)
$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{N}^{T} \boldsymbol{k} \boldsymbol{c} \boldsymbol{K}^{-1} \boldsymbol{F} - \boldsymbol{r}$	(1-d)

 $\mathbf{x} = -\boldsymbol{\phi} \tag{1-e}$

$$C^{T}$$
: 釣合マトリックス, Q : 内力ベクト

ル, F:外力ベクトル, q:内変形ベクトル, c:適 合マトリックス, q^e:弾性内変形ベクトル, q^e:塑 性内変形ベクトル, k:剛性マトリックス, N:直交 ベクトル,λ:塑性乗数ベクトル,r:塑性容量ベク トル,φ:降伏係数.

2.2 モンテカルロ法によるシミュレーション

本研究においてはモンテカルロシミュレーションを 実施し,可能な限り試行回数を増やし,より近似的な 解を求めるものとする.

2.3 リダンダンシーの評価方法

リダンダンシー評価については信頼性安全指標 β の比率を用いる.これは Iizuka·Frangopol の提案した





図-2 材料の応力~ひずみ関係



図-4 3部材トラス解析結果(モンテカルロ法) 冗長性指数²⁾ *R* を用いる.

$$\boldsymbol{R} = \frac{\boldsymbol{\beta}_p}{\boldsymbol{\beta}}$$
(2-a)

$$\boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{P}} = \boldsymbol{\Phi}^{-1} \left(-\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{f}\boldsymbol{p}} \right) \tag{2-b}$$

$$\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{e} = \boldsymbol{\Phi}^{-1} \left(-\boldsymbol{P}_{fe} \right) \tag{2-c}$$

ここで, β_p :構造物の塑性崩壊限界に対する信頼性 指標, β_e :構造物の弾性限界に対する信頼性指標, Φ :正規累積確率関数, P_{fp} :塑性限界に対する破壊 確率, P_{fe} :弾性限界に対する破壊確率.

- 3. 解析結果および考察
- 3.1 3部材トラスによる検討

図-1に示す3部材トラスに対して図-2に示す応力~ ひずみ関係を用いて,荷重増分を利用した増分解析と ホロノミック弾塑性解析を行なった結果を図-3 に示 す.図-3より,増分弾塑性解析とホロノミック弾塑性 解析の結果が一致することが分かる.従って,本研究 におけるホロノミック弾塑性解析をプッシュオーバー 解析の代用として利用できることが分かる.

キーワード:リダンダンシー,モンテカルロシミュレーション,ホロノミック弾塑性解析 連絡先:〒239-8686 横須賀市走水 1-10-20 防衛大学校 TEL: 046(841)3810 e-mail:s50040@ed.nda.ac.jp 図-4 にモンテカルロシミュレーションを用いてラ ンダム荷重に対する構造状態区分を解析した結果を示 す.なお,解析時構造に載荷される荷重に関しては, 以下の式で与えるものとした.

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{\gamma}_1 \cdot \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{\gamma}_2 \cdot \boldsymbol{F}_2 \tag{3}$$

ここで, F_1 : 垂直方向のみ載荷した荷重ベクトル, F_2 : 水平方向のみ載荷した荷重ベクトル, $\gamma_1 \cdot \gamma_2$: それぞれ, $F_1 \cdot F_2$ に対する荷重係数であり,正規確 率変数,もしくは対数確率変数.

座標(0,0)を中心として,6角形の領域で弾性となり, その外側に弾塑性,さらに塑性限界の領域を形成している.

3.2 不静定次数とリダンダンシー

一般的に不静定構造はリダンダンシーに優れている と言われている.この点について確認するため,図-5 に示す2部材から4部材のトラス形状について,その リダンダンシーを求めてみた.各構造の許容応力度設 計上の公平さを考慮するため,設計荷重を垂直下方に 100kN載荷するもののとし,許容応力を170N/mm²と仮 定して,最小重量設計を行った.ただし,各部材は最 小断面積2cm²の制約を有しているものとする.

図-6 に設計荷重を比例的に増加させた弾塑性解析 の結果を示す.これより,2 部材トラスは静定構造で あるので,弾性限界(141kN)に達した後,すぐに塑 性限界に達しているのに対して,3,4部材トラスは2 部材トラスと同じ弾性限界141kNに達した後も弾を応 答で粘り,その崩壊荷重はそれぞれ175.1kN,165.4kN と弾性限界の1.24倍,1.17倍となる.

図-7 に F_v を正規確率変数N (100kN,20kN), F_H を N (0kN,25kN)とした場合の荷重変数空間における発 生乱数と状態区分を示す.

3部材トラスは2部材トラスのものよりも水平方向 荷重に対して先端部分が相対的に拡がりを有し,弾性 応答範囲や弾塑性応答となるシミュレーション結果が 多くなっている.

表-1にはばらつきの度合いを3種類に変化させた場合の計算結果を,図-8にそれぞれの冗長性指数の比較を示す.これより,冗長性指数は概して部材数(不静定次数)の増加に伴なって大きくなっているが,水平方向のばらつきが最も大きい $\sigma_{FH} = 25$ kNの場合では,4部材トラスの冗長性指数は3部材トラスよりも大きくなるものの, $\sigma_{FH} = 5$ kNでは3部材トラスの方が4部材トラスよりも大きくなるなど,厳密な意味で不静定次数のみが構造の冗長性を決定するわけではないことがわかる.

4. 結 言

本研究は構造物のリダンダンシーをホロノミック 弾塑性解析とモンテカルロシミュレーションによって 求められる,塑性信頼性指標と弾性信頼性指標との比 によって示すことを提案したものである.計算による と,簡易な構造においては,概ね感性的に妥当な冗長 性指数を算定できることを示した.











図-8 ばらつきが与えられた場合の解析結果

部材のタイプ

参考文献

- Katsuki, S., Frangopol, D.M., & Ishikawa, N. 1993. Holonomic Elastoplastic Reliability Analysis of Truss System, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 119, No. 6, pp. 1778-1791.
- Iizuka. M, 1991, Time Invariant and Time Variant Reliability Analysis and Optimization of Structural Systems.