

風の影響を考慮した音の伝播解析

日本大学大学院理工学研究科 学生会員 ○高木 耕平
日本大学理工学部 正会員 野村 卓史

1. はじめに

音の伝播現象において、気象要因が影響を及ぼすということが知られている。現実には気温変化や風の影響によって音波の屈折が生じ、音が予想外に遠方まで伝播するという報告もある¹⁾。そこで、本研究では気象要因が音の伝播にどのような影響を与えるかを調べるために、数値解析を行うものとする。

2. 解析手法

本研究では、気象要因を考慮した非定常・線形の波動方程式¹⁾を解くものとする。不均一媒質での状態方程式及びエントロピーの移流方程式は次式(1)、(2)で表される。この時、 p' は音場の圧力変動(音圧)、 ρ' は音場の密度変動、 c は音速、 $\mathbf{v}'$ は音場の流速のベクトル、 s はエントロピー、 $D_t = \partial/\partial t + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla$ である。

$$p' = c^2 \rho' + \left(\frac{\partial p}{\partial s} \right)_0 s' \quad (1) \quad D_t s' + \mathbf{v}' \cdot \nabla s_0 = 0 \quad (2)$$

次に、連続方程式、運動方程式はそれぞれ

$$D_t \rho' + \mathbf{v}' \cdot \nabla \rho_0 + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v}' = 0 \quad (3a), \quad \mathbf{v}_0 = \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} \quad (3c)$$

$$D_t \mathbf{v}' + (\mathbf{v}' \cdot \nabla) \mathbf{v}_0 + \frac{1}{\rho_0} \nabla p' - \frac{\rho'}{(\rho_0 c)^2} \nabla p_0 = 0$$

で表される。 p_0 、 $\mathbf{v}_0$ 、 ρ_0 はそれぞれ媒質である空気の状態、流速ベクトル、密度を表すものである。ここで $\mathbf{v}_0$ は(3c)のように定義する。式(1)、(2)、(3a, b)より、音圧 p' 、流速ベクトル $\mathbf{v}'$ に関する方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla p' + \mathbf{v}' \cdot \nabla p_0 + \rho_0 c^2 \nabla \cdot \mathbf{v}' + c^2 p' \nabla \cdot \frac{\mathbf{v}_0}{c^2} = 0 \quad (4a, b)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \mathbf{v}' + (\mathbf{v}' \cdot \nabla) \mathbf{v}_0 + \frac{1}{\rho_0} \nabla p' - \frac{p'}{(\rho_0 c)^2} \nabla p_0 = 0$$

この2方程式が本解析での音場の方程式となる。上記2方程式に重み付き残差法を適用し得られる重み付き残差式は

$$\iint_{\Omega} \mathbf{w}_p \left[\frac{\partial p'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla p' + \mathbf{v}' \cdot \nabla p_0 + \rho_0 c^2 \nabla \cdot \mathbf{v}' + c^2 p' \nabla \cdot \frac{\mathbf{v}_0}{c^2} \right] d\Omega = 0 \quad (5a, b)$$

$$\iint_{\Omega} \mathbf{w}_v^T \left[\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \mathbf{v}' + (\mathbf{v}' \cdot \nabla) \mathbf{v}_0 + \frac{1}{\rho_0} \nabla p' - \frac{p'}{(\rho_0 c)^2} \nabla p_0 \right] d\Omega = 0$$

と表される。上記重み付き残差式(5a, b)をガラーキン有限要素法により離散化して得られる有限要素方程式は次のようになる。この時、 $\mathbf{M}_e$ 、 $\overline{\mathbf{M}}_e$ 、 $\mathbf{A}_{[1-8]}$ は係数マトリックスである。

キーワード 音の伝播、有限要素解析、ドップラー効果

連絡先 〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8-14 日本大学理工学部 TEL(03)3259-0411

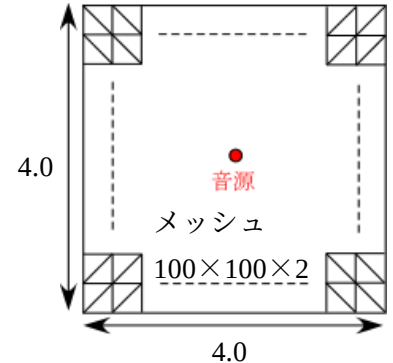


図1 2次元解析モデル

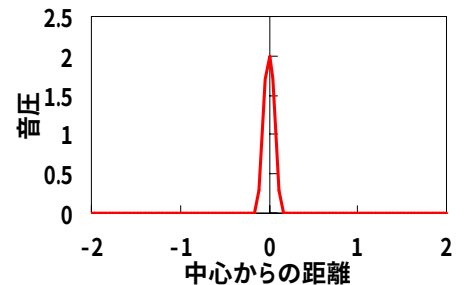


図2 初期音圧分布の断面

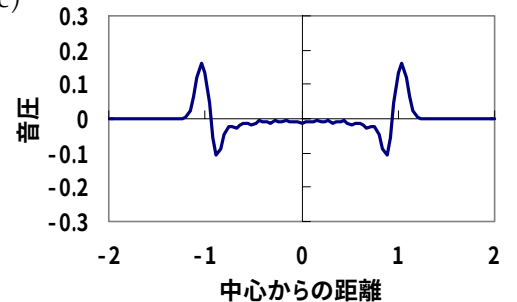


図3 後退差分法による解析結果

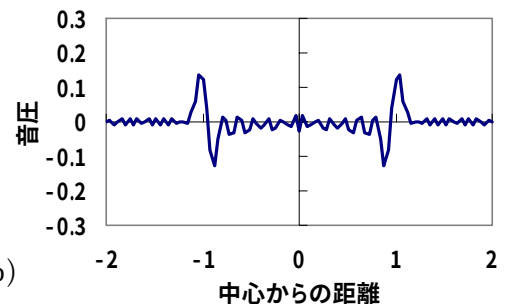


図4 Crank-Nicolson 法による解析結果

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_e & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \overline{\mathbf{M}}_e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{p}}' \\ \dot{\mathbf{v}}' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{[1]} + \mathbf{A}_{[4]} & \mathbf{A}_{[2]} + \mathbf{A}_{[3]} \\ \mathbf{A}_{[7]} - \mathbf{A}_{[8]} & \mathbf{A}_{[5]} + \mathbf{A}_{[6]} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}' \\ \mathbf{v}' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

3. 時間積分法による解析例の比較

有限要素方程式 (6) の時間積分法として、1 次精度の後退差分法と 2 次精度の Crank-Nicolson 法で 2 次元音の伝播解析を比較した。解析モデルは図 1 に示す正方形領域とし、領域の中央に図 2 に示すような断面の初期音圧分布を与えて解析を行った。この時、音速 $c=1.0$ 、密度 $\rho_0=1.0$ 、圧力 $p_0=0.0$ 、風速 $u_0/c=0.0$ とした。1.0s 後の後退差分法、Crank-Nicolson 法の結果を図 3、図 4 に示す。Crank-Nicolson 法では数値振動が発生してしまう結果となった。後退差分法、Crank-Nicolson 法ともに音波の伝播速度は 1.0 となり、理論値と等しい値となった。

4. 気象条件を入れた 2 次元解析例

気象条件である風と気温の影響に関する解析を行った。解析モデルは先ほどと同様の正方形領域とし、境界条件は境界に直交する方向の流速成分を 0.0 とした。また、時間積分法には後退差分法を用いた。

(a) 風の影響を考慮した 2 次元解析例

風の影響による音の伝播を確認するために、風速 $u_0/c=0.0$ 、音速 $c=1.0$ 、密度 $\rho_0=1.0$ 、圧力 $p_0=0.0$ として解析を行った。1.25s 後の結果を図 5 に示す。図 5 から風上側よりも風下側に速く音波が伝播し、広がる結果となった。

(b) 気温の影響を考慮した 2 次元解析例

気温の条件の与え方として、空気温度によって音速が正比例で変化をすることから、温度勾配は音速勾配で置き換えることで条件を与えることとした。そのため、音速は鉛直高さ方向に $c=0.5-1.5$ のように勾配を与え、密度 $\rho_0=1.0$ 、圧力 $p_0=0.0$ 、風速 $u_0/c=0.0$ として解析を行った。1.25s 後の結果を図 6 に示す。図 6 から高さが高くなるほど音速が早いために音波の伝播が早くなり、広がる結果となった。

5. 気象条件を入れた実領域解析例

気象条件の風と気温を与えた場合の解析を実領域で行った。解析モデルは、図 7 に示すように一辺 15000m の正方形領域とし、音源を図 7 に示す位置に与えた。また、境界条件は境界に直交する方向の流速成分を 0.0 とした。この時、鉛直高さ方向に音速 $c=340-280\text{m/s}$ 、密度 $\rho_0=1.2-0.2\text{kg/m}^3$ 、圧力 $p_0=1000-150\text{hpa}$ 、風速 u_0 はべき乗則で図 8 に示すように与えた。その結果を図 8 に示す。図 8 から音波は風の影響により風上側よりも風下側に早く伝播をし、温度勾配と風の影響により音波は図 8 の矢印のように屈折をする結果となった。

6. まとめ

気象要因である風及び気温の影響を考慮した解析が行えることを確認することができた。今後は放射境界の扱いについて検討を行う。

【参考文献】

- 1) Allan D.Pierce : ACOUSTICS An Introduction to Its Physical Principles and Applications

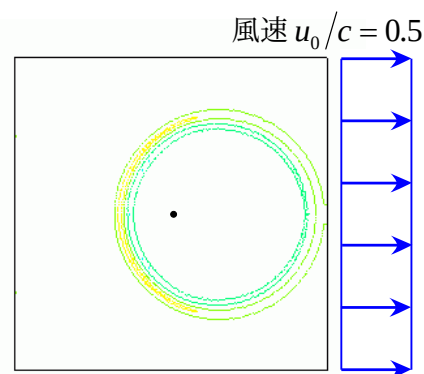


図 5 音圧コンター図 (風速あり)

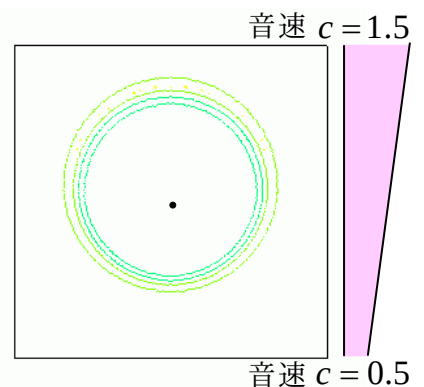


図 6 音圧コンター図 (音速勾配)

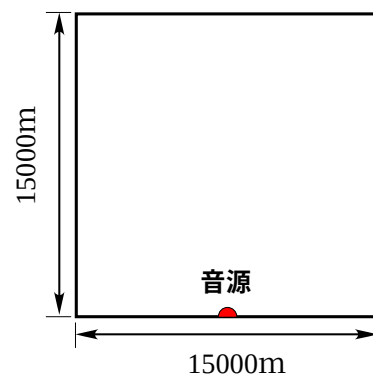


図 7 実領域解析モデル

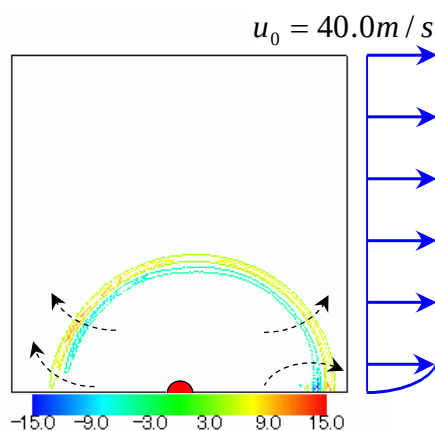


図 8 音圧コンター図 (実領域)