

### PSOの探索効率向上に関する検討

防衛大学校 学生会員 坊原 尚記  
防衛大学校 学生会員 作田 健

防衛大学校 正会員 香月 智

#### 1. 緒言

近年、最適化技術において人工生命技術と称される、生物の有する特性を真似た技術を用いるものが多い。

中でも、生物群の有する探索能力を真似た手法として、Particle Swarm Optimization<sup>1)</sup> (以下 PSO と呼ぶ) が注目されている。PSO は、Kennedy・Eberhart<sup>2)</sup>によって考案され、鳥の群れが餌を求めて飛ぶ行動や、魚が群れを成して遊泳する行動から、工学的な最適化へ応用した手法であり、土木分野でも応用研究が散見されるようになってきた。しかし、原理とした生物メカニズムを忠実に再現するだけでは、工学的な探索効率に必ずしも優れるとは言えず、多様なアイデアによる改良過程を経て、実用性に優れたものとなっている。

このような観点から、本研究では、従来の PSO アルゴリズムに加えて、一回の移動距離に制約を加える探索範囲制約の適正值検討と、従来のベクトル合成で得られる着地点に、局所的なばらつきを与える局所ランダム探索機能を付加する修正を行い、その効果について検討したものである。

#### 2. 修正 PSO の探索基本式

##### 2.1. 従来型 PSO の探索基本式

PSO は生物を真似た粒子群が、情報を共有しながら解空間を探索するという手法である。すなわち、図-1 に示すような範囲が制約された設計変数の空間において、独立した位置座標  $x_i$  を有する  $n$  個の粒子 ( $i = 1 \sim n$ ) を与える。空間の位置に応じて、餌の多寡があるように、適応度 (目的) 関数  $Z$  は位置ベクトル  $x$  の関数として表されるものとする。すなわち、原問題は次式によって与えられる。

$$Z = f(x) \rightarrow \max \quad (1)$$

ここで、 $n$  個の粒子 (個体) は、群全体が過去において経験した最良の位置 ( $x_{Gbest}$ ) 情報を共有しており、また個々には、自身の経験した最良位置 ( $x_{Pbesti}$ ) 情報を有している。そのうえで、個々の粒子は、図-2 に示すように、群最良位置へ近づこうとするベクトル、自身の最良位置へ戻ろうとするベクトル、および自身が有している慣性ベクトルの重み付き相加平均によって次回位置 ( $x_i^{k+1}$ ) を決定する。すなわち、

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \quad (2-a)$$

$$v_i^{k+1} = wv_i^k + c_1r_1(x_{Pbesti}^k - x_i^k) + c_2r_2(x_{Gbest}^k - x_i^k) \quad (2-b)$$

ここで、 $x_i^{k+1}, x_i^k$  : 粒子  $i$  のそれぞれステップ  $k+1, k$  における位置、 $v_i^{k+1}, v_i^k$  : 粒子  $i$  のそれぞれステップ  $k+1, k$  における速度、 $x_{Pbesti}^k$  : 粒子  $i$  のステップ  $k$  における最良位置、 $x_{Gbest}^k$  : ステップ  $k$  における群の最良位置、 $w$  : 粒子の慣性、 $c_1$  : 自身の既往最良値へ戻ろうとする強度パラメータ、 $c_2$  : 群の最良値へ近づこうとする強度パラメータ、 $r_1, r_2$  :  $0 \sim 1$  の一様乱数。

##### 2.2 探索範囲制約

図-3 は、式(2)において、 $c_1 = 1.0, c_2 = 1.0$  とした場合の、ある粒子の次回移動ベクトルの範囲を (影) によって模式的に示したものである。この図では、 $x^k$  の現位置と群最良点とがかなり離れており、また、慣性速度  $v^k$  もかなり大きな場合を示しているが、収束計算の初期において良く発生する状況を模したものである。これで

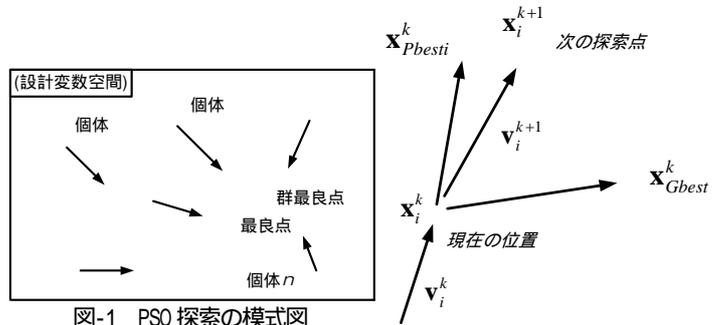


図-1 PSO探索の模式図

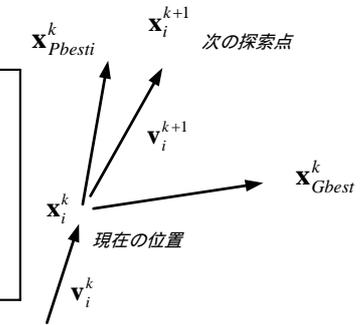


図-2 PSOの探索点更新の概念図

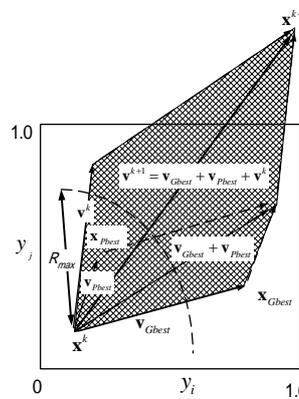


図-3 探索域制約の説明

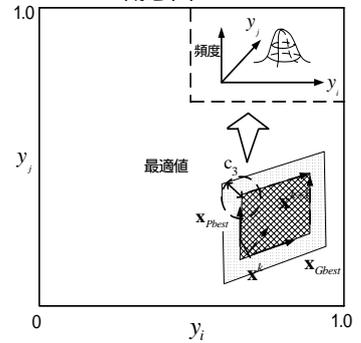


図-4 局所ランダム探索機能説明図

は、探索範囲が広すぎて、全空間を一様探索するに等しいものとなっている。そこで、本研究では、速度ベクトルの大きさに最大値制約を与えるものとした。

すなわち、

$$v_i^{k+1} = wv_i^k + c_1r_1(x_{Pbesti}^k - x_i^k) + c_2r_2(x_{Gbest}^k - x_i^k) \quad (3-a)$$

$$\text{where } |v_i^{k+1}| \leq R_{\max} \quad (3-b)$$

ここで、 $R_{\max}$  : 移動ベクトルの最大制約値。

このようにすれば、図-3 に示すように、移動量が半径  $R_{\max}$  の超球面を超えなくなる。

##### 2.3 局所ランダム探索機能

PSO の探索を続けると、群は概ね、最適値付近に集約され、個々の粒子の速度ベクトルは、相対的に小さくなる。図-4 に集約間近における式(2)による探索域の模式図を示す。この場合には、慣性ベクトルも群最良値への速度ベクトルも小さいため、総じて式(2)による探索範囲 (影) は、全領域に比して小さくなっている。この場合、図-4 に示すように、真の最適値が探索範囲外に位置付けられる可能性があるため、解の収束が悪くなる。そこで本研究では、式(2)に局所ランダム探索域を加えるものとした。すなわち、

$$v_i^{k+1} = wv_i^k + c_1r_1(x_{Pbesti}^k - x_i^k) + c_2r_2(x_{Gbest}^k - x_i^k) + c_3V_r \quad (4-a)$$

$$\text{where } |v_i^{k+1}| \leq R_{\max} \quad (4-b)$$

ただし、 $c_3$  : 乱数項パラメータ、 $V_r$  : 平均値が  $0$  で標準偏差が  $1.0$  の  $n$  次元正規確率変数ベクトル。

式(4)を用いると、探索範囲は図-4 中の拡大された網掛け (影) の領域になるため、式(2)の問題を補うことが期待できる。

### 3. 非線形多峰性関数への適用

#### 3.1. 適応度関数

ここでは、二次元の多峰性関数<sup>2)</sup>を用いて、提案した PSO の探索効率に及ぼす改良効果を検討する。すなわち、適応度関数は、次式で与えられる。

$$Z = -\frac{3}{2} \left\{ (x_1^4 - 24x_1^3 + 193x_1^2 - 570x_1 + 400) + (x_2^4 - 21x_2^3 + 151x_2^2 - 411x_2 + 280) \right\} \rightarrow \max \quad (5)$$

探索範囲は、次式によるものとする。

$$0.0 \leq x_1 \leq 12.0, \quad 0.0 \leq x_2 \leq 12.0 \quad (6)$$

与えられた適応度関数を図-5 に示すものであり、付加条件として、変数  $x_1, x_2$  が 0.01 刻みの離散値を取るものとする。次の点において最大値を有する。

$$Z(2.43, 2.31) = 373.5 \quad (7)$$

#### 3.2. 探索範囲制限の効果

探索範囲制限の効果について検討するために、表-1 に示すように、5 つの粒子で最大 100 回の試行回数とする PSO の条件で、式(5)の最大値を探索し、 $R_{\max}$  をパラメトリックに変化させて探索効率に及ぼす影響を検討した。なお、 $R_{\max}$  は、既定値変数  $y$  空間の  $n$  次元最大距離  $\sqrt{n}$  に対する比で決定するものとした。

図-6 に各  $R_{\max}$  に対する収束状況を比較して示す。なお、PSO では、初期速度や初期位置がランダムに発生するので、各  $R_{\max}$  に対しては 10 回ずつ計算を行い、その平均を示している。図より  $R_{\max} = 0.6\sqrt{n}$  とした場合には、試行回数 20 回目以降において常に制御しない場合よりも、適応度の高い群最良値を見つけており、最大値 373.5 を 78 回目で発見している。すなわち、探索が速くなっている。

#### 3.3. 局所ランダム探索項の効果

続いて、提案手法の局所ランダム探索項の効果を調べるために、 $R_{\max}$  を前項の検討で最も良いとされる、 $R_{\max} = 0.5\sqrt{n}$  に固定した上で、 $c_3$  を  $0.0 \sim 0.1\sqrt{n}$  の範囲でパラメトリックに変化させて検討する。図-7 に局所ランダム探索が最良値探索に及ぼす影響を示す。なお、この場合も図-6 と同様に各線は 10 回平均を示している。これより、 $c_3 = 0.0$  とした場合に比して、 $c_3 = 0.001\sqrt{n}$  とした場合の最適値発見試行回数が早くなっていることがわかる。図-8 には、局所ランダム探索項が無いまま収束計算を行ったものと、試行回数 10 回目から同じ条件で、局所ランダム探索を  $c_3 = 0.001\sqrt{n}$  として与えた場合の、収束の比較を示している。局所ランダムを付加しない場合には、試行回数 36 回目に最良値が改善されている。図-9 に局所ランダム探索を無視した場合の計算例における、ある粒子の移動履歴を示す。この粒子は、試行回数 10 回目に群内で最良の位置に達したため、この粒子は  $\mathbf{x}_{Pbest} = \mathbf{x}_{Gbest}$  となり、試行回数 10 回目における  $\mathbf{x}_{Pbest}$  と  $\mathbf{x}_{Gbest}$  ベクトルは同一線上にある。よって、慣性ベクトルも同一方向となっている。このため、与えられた探索範囲は広がりやを失い、一直線上の探索を繰り返すことになる。この場合、真の最適値がこの線上にないため、この粒子が真の最適値方向に移動する可能性はないことがわかる。しかし、局所ランダム項を与えると、探索範囲は広がりを持つため、その範囲内に真の最適値が含まれることがわかる。

### 4. 結言

本研究で得られた成果は以下ようになる。

- (1) PSO の探索初期段階では、過剰に粒子が動き、探索効果が低

#### 参考文献

- 1) James Kennedy and Russell Eberhart: Particle Swarm Optimization, Proc. The 1995 IEEE International Conference on Neural Networks, vol.IV, pp.1942-1948,1995
- 2) 須藤敦史, 星谷勝, 宮沢和樹: 遺伝的要素を考慮したインポートランス・サンプリングによる離散型変数を有するシステムの最適化, 土木学会論文集, No.519/I-32, pp.223-232,1995.7.

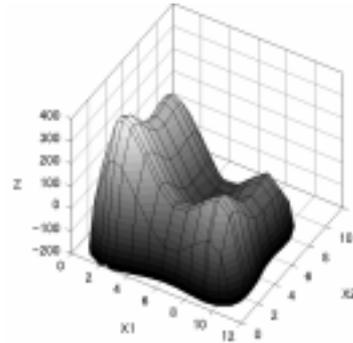


図-5 2次元多峰性関数

表-1 PSO パラメータ

項目	数値
粒子数	5
ステップ数	100
w	0.9
$c_1$	2.0
$c_2$	2.0
$c_3$	0.0 ~ 0.1
$R_{\max}$	0.0 ~ 1.4

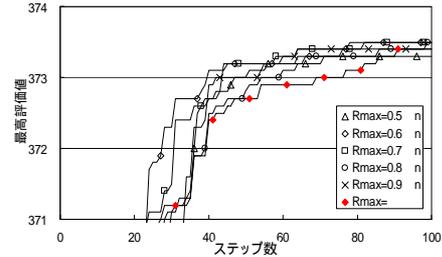


図-6 群最良値の収束状況に及ぼす探索範囲制限の効果

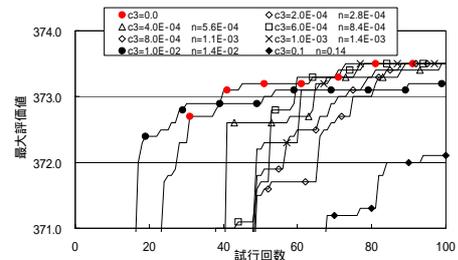


図-7 局所ランダム探索が最良値探索に及ぼす影響

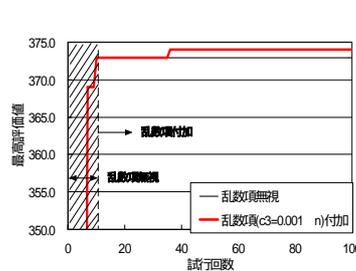


図-8 局所ランダム項を途中から付加した場合

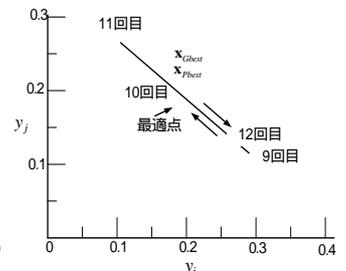


図-9 局所ランダム項を途中から付加したものの

下するため、現位置からの探索範囲を制約することが有効である。なお、本研究の検討によると、探索区域の制約値は、最大長の半分程度が適切であることが示された。

(2) 従来型 PSO は、群内最良値が最適値に近づくと、その粒子の有する群内最良値情報と自分自身の最良値情報が一致してしまう。その結果、本来 3 ベクトルの方向自由度を有するものが、1 次元に縮退してしまうことがわかった。このため、粒子が最適値に近づいた収束後期では、群れの探索効率が低下することになる。これを防止するため、幾分かのランダム探索自由度を与える局所ランダム探索が有効であることが示された。

(3) 本研究の検討問題は、2 次元程度の少ない設計変数空間の検討であるので、実際の構造最適化問題等において検討と修正を重ねる必要がある。