

2-layer モデルを用いた二次元正方形角柱周りの乱流解析

日本大学大学院理工学研究科 学生会員 ○秋山 善克
日本大学理工学部 正会員 野村 卓史
日本大学理工学部 正会員 長谷部 寛

1. はじめに

実際の橋梁において、高欄などの付属物は周辺の流れ場に影響を及ぼす。そのため、風洞実験に用いられる模型においては高欄などの付属物が細部に渡り再現されている。これら付属物は、壁近傍の粘性底層にあることが多いが、乱流解析によく用いられる壁関数法は粘性底層をモデル化しているため、付属物の影響を受けた実際の橋梁周りの複雑な流れ場を詳細に再現するためには、粘性底層も解く必要がある。そこで本研究では、乱流モデルとして、乱流域には $k-\varepsilon$ モデルを、粘性底層には 1 方程式モデルを用いる Rodi の 2-layer¹⁾ モデルを採用し、有限要素法により二次元正方形角柱周りの流れの解析を行ったので報告する。

2. 2-layer モデル

Rodi の 2-layer モデルを以下に示す。乱流域では式(1)～(3)に示す $k-\varepsilon$ モデルを解き、粘性底層内では乱流エネルギー k を式(1)の散逸項 ε を式(4)で置き換えて解く。また、散逸率 ε は方程式を解かず式(4)から直接求める。また渦粘性係数 ν_t を式(5)により求める。

乱流域	k 方程式	$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P_k - \varepsilon \quad \dots (1)$	$\sigma_k = 1.0$
	ε 方程式	$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \varepsilon) \quad \dots (2)$	$\sigma_\varepsilon = 1.3$ $C_{\varepsilon 1} = 1.44$ $C_{\varepsilon 2} = 1.92$
	渦粘性係数	$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad \dots (3)$	$C_\mu = 0.09$

粘性底層	散逸率	$\varepsilon = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{l_\varepsilon} \quad \dots (4)$	$l_\varepsilon = \frac{C_l y}{1 + \frac{5.3}{\text{Re}_y}} \quad \dots (6)$
	渦粘性係数	$\nu_t = C_\mu k^{\frac{1}{2}} l_\mu \quad \dots (5)$	$l_\mu = C_l y \left(1 - \exp \left(-\frac{\text{Re}_y}{A_\mu} \frac{25}{A^+} \right) \right) \quad \dots (7)$

式(4) , (5)内の l_ε, l_μ は粘性底層内における渦の長さスケールを表しており式(6) , (7)のように表される。また、式中のモデル定数は $C_\mu = 0.09, \kappa = 0.42, A_\mu = 50.5, A^+ = 25, C_l = \kappa C_\mu^{-3/4}$, 乱流レイノルズ数は $\text{Re}_y = k^{3/2} y / \nu$, で与えられる。

3. 修正 $k-\varepsilon$ モデル

式(1) , (2)中に示される $k-\varepsilon$ モデルの生産項 P_k を以下に示す。本研究では標準 $k-\varepsilon$ モデル、及び構造物周りの流れによく用いられる Kato-Launder により提案された修正 $k-\varepsilon$ モデル²⁾の 2 パターンを用いることとした。

標準 $k-\varepsilon$ モデル	$P_k = C_\mu \varepsilon S^2 \quad \dots (8)$	$S = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)^2}, \Omega = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)^2}$
修正 $k-\varepsilon$ モデル	$P_k = C_\mu \varepsilon S \Omega \quad \dots (9)$	

キーワード : 乱流解析, 有限要素法, $k-\varepsilon$ モデル, 2-layer モデル

連絡先 : 〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8-14 TEL/FAX : 03-3259-0411

4. 解析手法

運動方程式，連続条件及び式(1)，(2)を有限要素法により離散化した．空間は双線形四角形要素で分割し，流速 U_i ，乱流エネルギー k ，エネルギー散逸率 ε は双線形分布，圧力 P ，渦粘性係数 ν_t は要素内一定分布の補間関数を用いた．また，安定化手法として SUPG 法を適用し，時間方向の離散化には予測子・修正子法を用いた．

5. 二次元正方形角柱周りの流れの解析

解析条件を図 1 に示す．Re 数は 22,000，乱れ強さを 2%，粘性底層の厚さは角柱から 0.45cm とし，壁面境界は no-slip 条件とした．

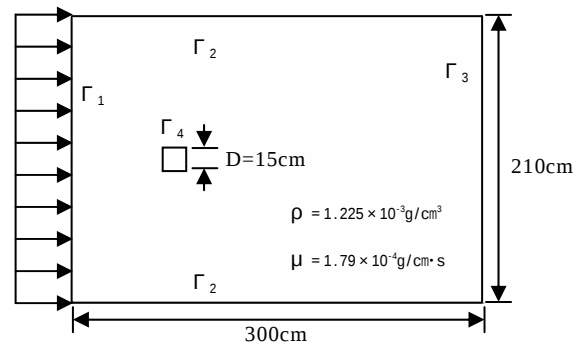
図 2，3 には，標準 $k-\varepsilon$ モデルと修正 $k-\varepsilon$ モデルの角柱周辺の分布図を示した．それぞれ上段が乱流エネルギー k ，下段が渦粘性係数 ν_t である．標準 $k-\varepsilon$ モデルは前面で k ， ν_t が大きくなっている．これに対し，修正 $k-\varepsilon$ モデルでは解消されており，衝突領域でエネルギーの生産を小さくするという修正 $k-\varepsilon$ モデルの特徴が捉えられている．また，1 方程式モデルを用いた粘性底層と 2 方程式モデルの乱流域との接続部分における不連続性は生じていなかった．

図 4 には，揚力係数の時刻歴を示した．標準 $k-\varepsilon$ モデルでは時間経過と共に減衰する結果となった．これは，標準 $k-\varepsilon$ モデルでは角柱周辺で ν_t が大きくなったことにより，渦の発生が抑制されたためであると考えられる．しかし，修正 $k-\varepsilon$ モデルでは振幅が増加しておりカルマン渦の放出に至るものと考えられる．

今後は k ， ε の自然対数をとった Logarithmic Form を導入することにより，乱流諸量の勾配を小さくすることで，粘性底層内の k と ν_t を抑制することを考えている．

参考文献：

- 1) Rodi, W. (1991): Experience with Two-Layer Models Combining the $k-\varepsilon$ Model with a One-Equation Model Near the Wall. AIAA Paper 91-0216
- 2) 加藤真志 (1997)：修正 2 方程式乱流モデルによる角柱の基本空気力特性に関する研究. 名古屋大学学位論文



$$\Gamma 1: U=214.3\text{cm/s}, V=0, k=18.3\text{cm}^2/\text{s}^2, \varepsilon=2.08\text{cm}^2/\text{s}$$

$$\Gamma 2: U=\text{free}, V=0, \partial k / \partial n_j = \partial \varepsilon / \partial n_j = 0$$

$$\Gamma 3: \sigma_{ij} \cdot n_j = \partial k / \partial n_j = \partial \varepsilon / \partial n_j = 0$$

$$\Gamma 4: U=0, V=0, k=0.01\text{cm}^2/\text{s}^2, \partial \varepsilon / \partial n_j = 0$$

図 1 二次元正方形角柱解析条件

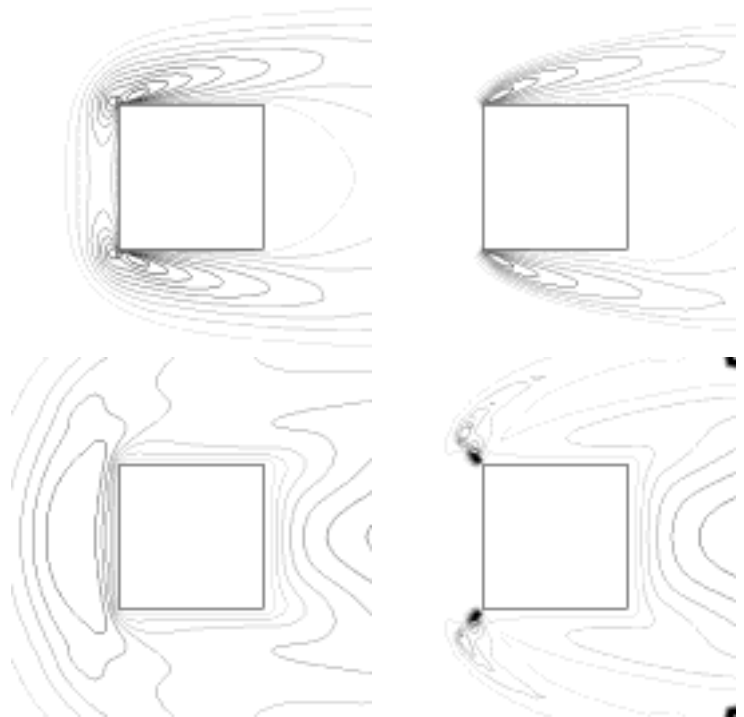


図 2 標準 $k-\varepsilon$ モデル

図 3 修正 $k-\varepsilon$ モデル

乱流エネルギー k 分布 (上)

乱流エネルギー k 分布 (上)

渦粘性係数 ν_t 分布 (下)

渦粘性係数 ν_t 分布 (下)

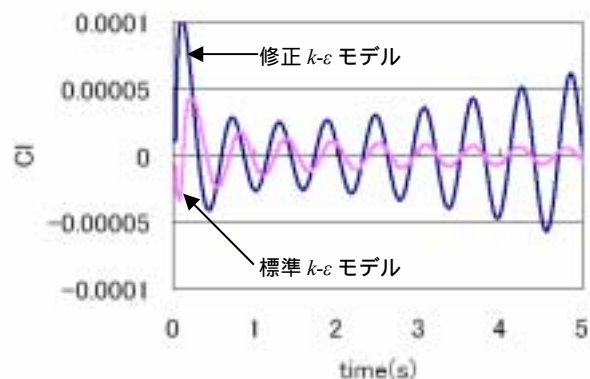


図 4 揚力係数の時刻歴変化