限界状態関数がすべての方向において閉じられてるときの破壊確率の評価

○中央大学理工学部土木工学科　学生会員　渋江　公秀
中央大学理工学部土木工学科　正会員　佐藤　尚次

１．はじめに

土木の世界における構造信頼性の研究において、近年応用面の広がり（保険分野との融合、性能設計の中での利用）などに注意が集まりがちで、理論面においては、かなり成熟したものと受けられがちである。しかし、基礎理論における既往の成果を整理し、さらなる発展の可能性を考えるのも依然重要なことである。

今回考察の対象とするのは、標題のようなか「限界状態関数がすべての方向において閉じられている」場合である。

従来から用いられている基礎なる信頼度指標βの計算法（FORM など）は、単一限界状態モードで単一の支配的なβ-点が存在するときの破壊確率の近時法であるが、標題のような場合、

- 複数の破壊モードに分けられるような場合は、Dietlevsen-band、PNET 法などの近似法
- より一般的には、香月らによる放射状領域分割法
- いくつか支配的なβ-ポイントを探索しての多点重点サンプリングによるモンテカルロシミュレーション

などが提案されている。

しかし、これらの方法を比較して得失を論じた研究は少なく、各手法がどういう場合により適しているのかの一般的理解が得られているとも言いがたい。

また（今回はできなかったが）AL 的手法との組み合わせに改善を行うことも期待される。

そこで今回多設計問題の最も簡単な例として

$$\sum_{I=1}^{N} X(I)^{\alpha} = C^{\alpha}$$

X(I)：標準正規変数、C=1～5、α＝2～5、N=2～5

を取り上げ、いくつかの手法の比較を試みた。

２．研究の手法の比較

（１）モンテカルロ法

一様乱数をボックスミューラー法により、標準正規分布（平均値０、標準偏差１）の乱数を単純に（破壊領域数）/（発生数）のカウントで破壊確率を決定する。

（２）放射状領域分割法

原点から放射状に N 分割する。それぞれ分割した範囲でβ-ポイントを探してβ-ポイントの距離を半径とし、分割した範囲で扇形をつくり（超球面セグメント）、その範囲内を安全領域とすることにより、カイ二乗分布により破壊確率積分を行う。（図２）。

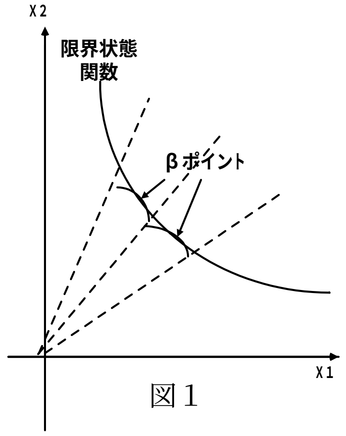

図１

実限界状態線と超球面セグメントとの間に隙間が発生してしまうために過少評価領域と過大評価領域が生じてしまう。この誤差は、中心から離れるにしたがって大きくなるため、超球面セグメントを小さくしなければならない。そのために、分割数を多くしたりして誤差を小さくする。

３．計算結果（一部）

$$\sum_{I=1}^{N} X(I)^{\alpha} = C^{\alpha} \qquad \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot (1)$$

（C=1～5、α＝2～5、N=2～5）

モンテカルロ法による破壊確率（Pf=破壊確率）

（乱数１０００万個）

キーワード：限界状態関数、破壊確率、モンテカルロ法、放射状領域分解法、多点重点サンプリング

連絡先：〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27　中央大学理工学部土木工学科設計工学研究室　Tel:03-3817-1816

N=3、C=3 の場合

C	Pf
1	4.62930E-01
2	1.62198E-01
3	2.74208E-02
4	9.59200E-04
5	9.50000E-06

N=4、C=3 の場合

C	Pf
1	5.94217E-01
2	1.89094E-01
3	3.07219E-02
4	1.06280E-03
5	1.07000E-05

N=3、C=4 の場合

C	Pf
1	7.32596E-01
2	1.63147E-01
3	2.49618E-02
4	7.58800E-04
5	7.80000E-06

N=4、C=4 の場合

C	Pf
1	8.29847E-01
2	1.82936E-01
3	2.62749E-02
4	7.89000E-04
5	9.00000E-06

放射状領域分割法による破壊確率（Pf=破壊確率）
（分割数１０００）

N=3、C=3 の場合

C	Pf
1	3.24213E-01
2	6.80937E-02
3	4.64015E-03
4	1.09511E-04
5	9.55193E-07

N=４、C=3 の場合

C	Pf
1	3.65126E-01
2	8.96985E-02
3	6.56042E-03
4	1.55778E-04
5	1.32603E-06

N=3、C=4 の場合

C	Pf
1	7.22240E-01
2	1.56900E-01
3	9.89912E-03
4	2.18231E-04
5	1.86563E-06

N=４、C=4 の場合

C	Pf
1	8.32311E-01
2	2.19846E-01
3	1.45303E-02
4	3.11830E-04
5	2.58832E-06

４．考察

αが偶数の場合 $X(I)^{\varepsilon}$ はすべて正値となるがαが奇数の場合には、$X(I)^{\varepsilon}$ の正項が混在する領域では式（１）の限界状態を満たすのは､｢難しい｣なる（結果的にそういう「象限」でのβの影響度は小さくなる）その意味でα＝３とα＝４では、大差が出るかと思われたが各計算結果ともそれほどの差ではなかった。(図２)。また C が大きくなると、両手法の差が大きくなる。

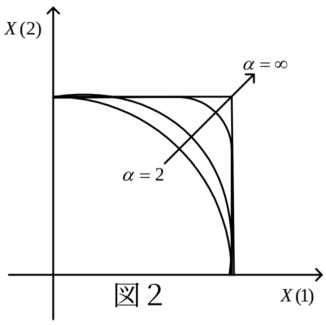

図２

計算効率は、モンテカルロ法の CPUTIME は、多次元になるにつれ、かなり長くなる指数が大きくなる場合は、多次元ほどではないが長くなった。(N=4、C=3、α=4 の場合、研究室の PC で‘25.4869996s’）一方、放射状領域分割法では、多次元､指数に関わらず差は､ほとんどなかった｡(N=4、C=3、α=4 の場合､研究室の PC で‘0.180999994s’)

放射状領域分割法の分割数を１００とした場合の破壊確率も求めてみたが、分割数１０００のときとさほど差はなかった。このことから今回の基本式のような「限界状態関数がすべての方向において閉じられている」場合において、放射状領域分割法を用いて破壊確率」を求める場合、誤差領域はあまり分割数に依存せず、次元数に依存することがわかる。

５．今後の課題

多点重点サンプリング法による破壊確率を求める。最終的には、三つの手法による破壊確率の評価わしたい。

参考文献

１、邵　暁文、室津　義定：多点重点サンプリング法および多点線形近似法による構造システム信頼性評価、JCOSSAR'91 論文集
２、香月　智：放射状領域分割法と塑性信頼性解析への応用、土木学会論文集 NO.598
３、星谷　勝、石井　清：構造物の信頼性設計法、鹿島出版会
４、長　尚：基礎知識としての構造信頼性設計、山海堂