

Fictitious Domain Method による風車周りの非定常流体解析

中央大学 学生 原田 一孝¹

中央大学 正会員 川原 睦人²

要旨：この論文では、分配されたラグランジェ乗数に基づいた Fictitious Domain Method を 3-次元移動境界問題に適用し数値解析することを目的とします。Fictitious Domain Method を用いることにより移動境界問題をより簡単に正確に計算することを可能にします。まず Navier-Stokes 方程式に適用し、次に、回転している水平軸型風車周りの非圧縮粘性流体解析を行います。その結果より Fictitious Domain Method の有効性を検討します。

1. はじめに

近年、環境への影響を考えることにより風車による発電施設、発電量は年々増加し注目されている。風力発電により効率よくエネルギーを得るためには風況を把握することが欠かせません。しかし、風況を把握することはとても困難であるため Fictitious Domain Method と有限要素法を用いた数値流体解析により簡単かつ正確に解析することを目的としています。

2. 解析手法

2.1. 基礎方程式

基礎方程式として非圧縮 Navier-Stokes 方程式を用いる。

$$\dot{u} + u \nabla u + \nabla p - \nu \nabla (\nabla u + \nabla u^T) = f \quad \text{in } \Omega \setminus \omega, \quad (1)$$

$$\nabla u = 0 \quad \text{in } \Omega \setminus \omega, \quad (2)$$

$$u = g_0 \quad \text{on } \Gamma = \partial\Omega, \quad (3)$$

$$u = g_1 \quad \text{on } \gamma = \partial\omega, \quad (4)$$

ここで u は速度、 p は圧力、 ν は粘性係数、 Ω, ω はそれぞれ計算領域と目的領域を表します。さらに g_0, g_1 は計算領域における境界条件と目的領域における境界条件を表します。

2.2. 重み付残差方程式

重み付残差方程式は以下のように表されます。

$$\int_{\Omega} w u d\Omega + \int_{\Omega} w u \cdot \nabla u d\Omega + \int_{\Omega} \nabla w \cdot \{-p + \nu(\nabla u + (\nabla u)^T)\} d\Omega = \int_{\Omega} w \cdot f d\Omega + \int_{\Gamma} w \cdot t d\Gamma, \quad (5)$$

$$\int_{\Omega} q \nabla \cdot u d\Omega = 0, \quad (6)$$

ここで w, q は重み関数、 t はトラクションを表しています。

2.3. Fictitious Domain Method

Fictitious Domain Method とは目的領域内が流体で満たされていると仮定することでその運動を計算領域での境界条件として表現することが可能になり、計算が容易になるものである。ここで λ はラグランジェ乗数、 μ は重み関数を表します。

$$\begin{aligned} \int_{\Omega \setminus \omega} W_h \left\{ \frac{\tilde{U}_h - U_h^n}{\Delta t} + (U_h^n \cdot \nabla) U_h^n \right\} dx + \int_{\Omega \setminus \omega} \nabla W_h \cdot \frac{\nu}{2} \{ \nabla U_h^n + (\nabla U_h^n)^T \} dx \\ = \int_{\Omega \setminus \omega} W_h \cdot F_h dx + \langle W_h \cdot \lambda_h \rangle_{\omega}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega \setminus \omega} W_h \left\{ \frac{U_h^{n+1} - \tilde{U}_h}{\Delta t} \right\} dx + \int_{\Omega \setminus \omega} \nabla W_h \cdot \left\{ -P_h^{n+1} + \frac{1}{2} \nu \{ \nabla U_h^n + (\nabla U_h^n)^T \} \right\} dx \\ = \int_{\Gamma} W_h \cdot t dx + \langle W_h \cdot \lambda_h \rangle_{\omega}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\int_{\Omega \setminus \omega} Q_h \cdot \nabla U_h dx = 0 \quad (14)$$

$$\langle \mu_h (U_h - g_1) \rangle_{\omega} = 0, \quad (15)$$

キーワード：finite element method, fictitious domain method, Navier-Stokes equation

1 東京都文京区春日 1-13-27 (E-mail:kazu-h@kc.chuo-u.ac.jp)

2 東京都文京区春日 1-13-27 (E-mail:kawa@kc.chuo-u.ac.jp)

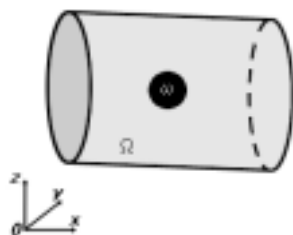


図 - 1 計算領域と目的領域のイメージ図

3 . 数値解析

3 . 1 . 解析モデル

計算領域 ($\Omega = (-2.0 \times 2.0) \times (2.0 \times 2.0) \times (-4.0 \times 10.0)$) を与え、その領域内にプロペラをおきます。そして回転速度 $\omega = 0.02\pi$ と流入速度 u を与え自分の力で回転するブレード周りの流体解析を行う。ここで $Re = 1000.0$ 、 $\Delta t = 0.01$ とする。

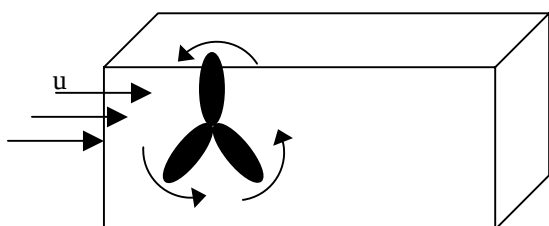


図 - 2 解析モデル図

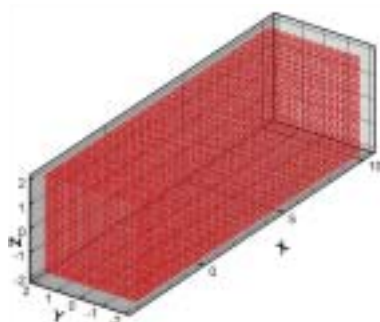


図 - 3 計算領域メッシュ



図 - 4 プロペラメッシュ

3 . 2 . 解析結果

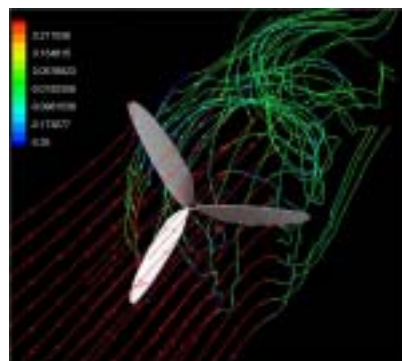


図 - 5 流線図

解析結果 (図 - 5) よりプロペラの後ろに旋回流が見られる。プロペラの形状は実際にあるものではないが良い結果が得られた。

4 . まとめ

今回、Fictitious Domain Method を 3 次元移動境界問題に適用することができた。さらに、プロペラ周りの流れを直接的に解析することができた。これを風車解析に適用できるようにプロペラが受ける流体力による回転解析が必要である。

5 . 参考文献

- 1) R. Glowinski, T-W. Pan and J. Periaux, 'A fictitious domain method for Dirichlet problem and applications', *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.111, pp.283-303,(1994).
- 2) R. Glowinski, T-W. Pan and J. Periaux, 'A fictitious domain method for external incompressible viscous flow modeled by Navier-Stokes equation', *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.112, pp.133-148,(1994).
- 3) H. Okumura, H. Naya, N. Shimada and M. Kawahara, 'A Distributed Lagrange multiplier / Fictitious domain method for Incompressible flows moving rigid bodies', *Proceedings of the 14th Symposium on Computational Fluid Dynamics*, c06-4.pdf,(2000)
- 4) 牛山 泉：, '風車工学入門', 森北出版,(2002).