

気象要因を考慮した音の伝播の数値解析

日本大学理工学研究科 学生会員 ○金井大明

日本大学理工学部 正会員 野村卓史

1. はじめに

近年、低周波騒音が注目視されるようになり、実測や理論解析に基づく多くの研究がなされている¹⁾。音の伝播の実現象を扱う際に、気象要因が影響を及ぼすという視点から、本研究では、気象要因のひとつとして気温の変化が音の伝播速度にどのような影響を与えるかを調べるために、数値解析を行うものとする。

2. 解析方法

基礎方程式 本研究では、気温変化に伴って変化する音速の分布を考慮した非定常・線形の波動方程式を解くものとする。一様でない空気を媒体とする場合の状態方程式は次式で表される²⁾。

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla p_0 = c^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \rho_0 \right) \quad (1)$$

p は音圧、 ρ は空気密度、 \mathbf{v} は音圧変動に伴う流速ベクトル、 p_0 、 ρ_0 はそれぞれ音場の空気の圧力、密度を表すものである。また、 c は音速である。

次に、連続方程式、運動方程式はそれぞれ

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}) = 0, \quad \rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla p = 0 \quad (2a, b)$$

で表される。ここで p_0 は一定であると仮定すると、式(1)、(2a, b)

より、音圧 p に関する波動方程式を次式のように表すことができる。

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \rho_0 \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho_0} \nabla p \right) = 0 \quad (3)$$

領域内で音速が変化する音場の解析が可能である。

放射境界条件 領域外周で音波が通過する境界条件は、放射境界条件

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\frac{1}{c} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (4)$$

として、 n は境界に直交する単位法線ベクトルとする。

式(3)の重み付き残差式は、

$$\int_{\Omega} w \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} dx dy - \int_{\Omega} w \left[\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right] dx dy + \int_{\Gamma_h} w \left[\frac{\partial p}{\partial n} - \overline{p_n} \right] d\Gamma = 0 \quad (5)$$

となり、さらに弱形式は、

$$\int_{\Omega} w \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} dx dy + \int_{\Omega} \left[\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial y} \right] dx dy - \int_{\Gamma_h} w \overline{p_n} d\Gamma = 0 \quad (6)$$

キーワード：音の伝播，気象要因，有限要素法，放射境界条件

連絡先 東京都千代田区神田駿河台 1 8 14

日本大学理工学部

TEL(03)3259-0411

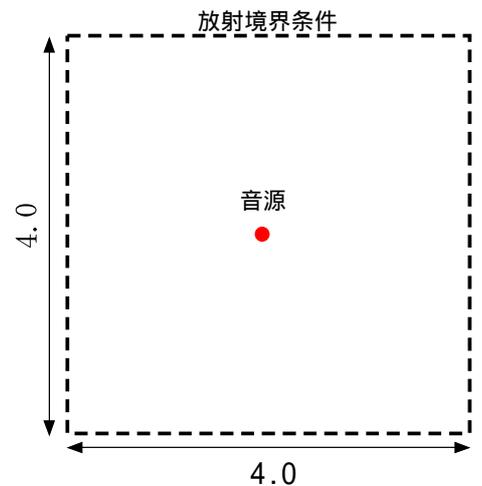


図1 解析領域

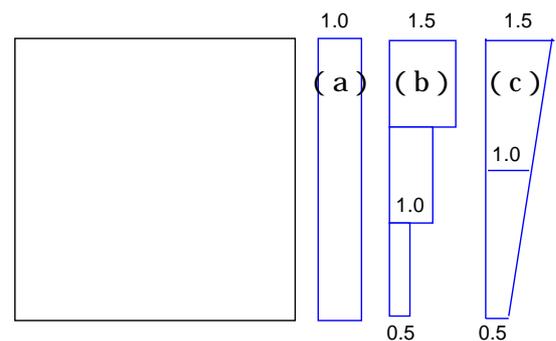


図2 領域に与える音速分布

である．このとき Γ は領域 Ω の境界とする．式(6)の自然境界条件の境界項の \bar{p}_n に，式(4)の右辺を代入することにより放射境界条件を実現させた．

時間積分方法 時間積分には Newmark- 法を用いるものとする．ここで式(6)を有限要素で離散化すると次式を得る．

$$\text{有限要素方程式} \quad \mathbf{M}\ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{p}} + \mathbf{K}\mathbf{p} = \mathbf{f} - \mathbf{C}_r\dot{\mathbf{p}} \quad (7)$$

式(7)において右辺第2項は放射境界の項である．

$$\text{予測子} \quad \tilde{\mathbf{p}}_{n+1} = \mathbf{p}_n + \Delta t \dot{\mathbf{p}}_n + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \ddot{\mathbf{p}}_n, \quad \tilde{\dot{\mathbf{p}}}_{n+1} = \dot{\mathbf{p}}_n + (1 - \gamma) \Delta t \ddot{\mathbf{p}}_n \quad (8a, b)$$

$$\text{方程式} \quad (\mathbf{M} + \beta \Delta t^2 \mathbf{K}) \ddot{\mathbf{p}}_{n+1} = \mathbf{f}_{n+1} - \mathbf{K} \tilde{\mathbf{p}}_{n+1} - \mathbf{C}_r \dot{\mathbf{p}}_n \quad (9)$$

$$\text{修正子} \quad \mathbf{p}_{n+1} = \tilde{\mathbf{p}}_{n+1} + \beta \Delta t^2 \ddot{\mathbf{p}}_{n+1}, \quad \dot{\mathbf{p}}_{n+1} = \tilde{\dot{\mathbf{p}}}_{n+1} + \gamma \Delta t \ddot{\mathbf{p}}_{n+1} \quad (10a, b)$$

として解析を行う．また，この時の β ， γ はそれぞれ $\beta=1/6$ ， $\gamma=1/2$ とした．

3. 解析モデル

解析領域 音速分布による音圧伝播の変化を確認するための解析を行った．領域を図1に示す．中心に点音源を与え，音源から周期1の継続的な音を発生させるものとした．

解析の条件 図2は，解析領域に与える音速分布を示すものである．解析領域の高さ方向の音速分布は(a),(b),(c)の3タイプを与えた．

4. 解析結果

図3は図2の音速分布(a),(b),(c)のそれぞれについて，音を発生させて同時刻経過したときの音圧パターンを示したものである．

○図3aより，音速が一定の場合は，中心の音源から放射状に様に音が伝播している．

○図3bより，与える音速が変化する界面において，音が屈折していることがわかる．

○図3cより，音速が高さ方向に連続的に変化しているため屈折が連続的に起こっていることがわかる．

○図3a, b, cより放射境界条件が実現できていることが確認できる．

参考文献

1) 謝旭，山口宏樹，山下幹夫，国分修一：単純鋼橋から放射される低周波音に関する一考察 橋梁コロキウム'01論文集 pp175-180 2001．

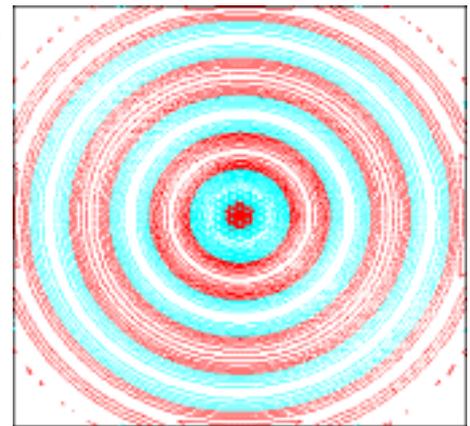


図3a 音速分布(a)

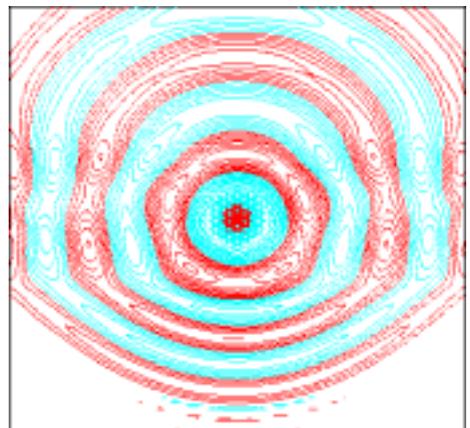


図3b 音速分布(b)

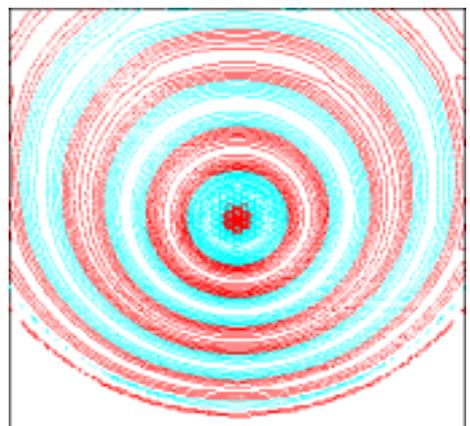


図3c 音速分布(c)