

降雨場のスケール不変性および地形効果を考慮した 擬似降雨発生モデルに関する研究

宇都宮大学大学院
宇都宮大学工学部
宇都宮大学大学院

○ 学生員 原 耕一郎
正会員 鈴木 善晴
正会員 長谷部 正彦

1. はじめに

現在、計画降雨を決定する要素である降雨の空間分布の再現性に関しては、その特性を上手く表現できていないのが現状である。計画降雨は洪水防御計画における基本量であるため、より精度の高いモデルの構築が求められている。そこで本研究では、降雨の空間分布を確率的に発生させる Random cascade モデル(以下、R.C. モデル)を改良し、降雨場の最も支配的要因である地形の影響を導入することで、より現実的な空間分布を表現できる擬似降雨発生モデルの構築を試みる。

2. Random cascade モデルの概要¹⁾

R.C. モデルは、平均降雨強度を割り当てた対象領域を均等に分割していき、分割毎に各サブエリアにボリュームを与えていくことによって、擬似降雨場を発生させるモデルである。分割レベル n における i 番目のサブエリアボリューム $\mu(\Delta_n^i)(i=1,2,\dots,b^n)$ は、

$$\mu(\Delta_n^i) = R_0 L_0^d b^{-n} \prod_{j=1}^n W_j^i \quad (1)$$

と表される。 d は次元を表す定数で $d=2$ 、 b は分割数で $b=4$ である。 $W_j^i(i=1,2,\dots,b^n, j=1,2,\dots,n)$ はカスケードジェネレータと呼ばれるもので、互いに独立な、同じ確率分布に従う確率変数である。ジェネレータ W としては、様々なモデルが提案されているが、本研究では β -lognormal モデルに着目する。 β -lognormal モデルによるジェネレータ W は以下のように表される。

$$W = BY \quad (2)$$

$$B = \begin{cases} 0 & \text{with probability } 1 - b^{-\beta} \\ b^\beta & \text{with probability } b^{-\beta} \end{cases} \quad (3)$$

$$Y = b^{-\sigma^2 \ln b / 2 + \sigma X} \quad (4)$$

ここで、 X は標準正規乱数、 β, σ^2 はそれぞれ無降雨確率、および降雨のばらつきの大きさを表すパラメータである。

3. スケール不変性とパラメータの同定

R.C. モデルでは、スケール比 λ_n とサブエリアボリュームに対する q 次のモーメント $M(\lambda_n, q)$ との関係が、特定のスケールに依存しないというスケール不変性が成立していることが前提とされている。分割レベル n のサブエリアボリューム $\mu_n(\Delta_n^i)(i=1,2,\dots,b^n)$

に対して、 q 次モーメント $M(\lambda_n, q)$ は以下の式で表される。

$$M(\lambda_n, q) = \sum_i [\mu_n(\Delta_n^i)]^q \quad (5)$$

また、降雨場の自己相似性よりスケール不変性が成立する場合には、以下の関係が導かれる。

$$M(\lambda_n, q) = [\lambda_n]^{\tau(q)} \quad (6)$$

両辺の対数をとることで、 λ_n と $M(\lambda_n, q)$ の関係が傾き $\tau(q)$ を持つ直線関係で表されることになる。一例として、深山レーダ雨量計(近畿地方)による観測データを用いて λ_n と $M(\lambda_n, q)$ の関係を図-1 に示す。ここで、同関係において直線関係が成立している場合にはスケール不変性と言うことができる。

一方で、 β -lognormal モデルのパラメータ β, σ^2 は以下のように導かれる¹⁾。まず、同モデルに対しては、Mandelbrot-Kahane-Peyriere(MKP) 関数と呼ばれる関数 $\chi(q)$ が以下のように導かれる。

$$\chi(q) = \tau(q)/d \quad (7)$$

$$\chi(q) = (\beta - 1)(q - 1) + (\sigma^2 \ln b / 2)(q^2 - q) \quad (8)$$

次に、式 (7)、(8) より $\tau(q)$ の一階導関数と二階導関数を求めて整理すると、パラメータ β, σ^2 は、

$$\beta = 1 + \frac{\tau^{(1)}(q)}{d} - \frac{\sigma^2 \ln b}{2}(2q - 1) \quad (9)$$

$$\sigma^2 = \tau^{(2)}(q)/d \ln b \quad (10)$$

と表される。ここで、 $\tau(q)$ の導関数を図-2 に示した q と $\tau(q)$ の関係を表したグラフより求めることで、パラメータ β, σ^2 を算出することができる。

4. Random cascade モデルの適用条件と スケール不変性の成立条件

これまでに、 β -lognormal モデルには、多雨域と無降雨域が隣合うなどの問題点があることが明らかとなっている。すなわち、同モデルを降雨場のシミュレーションに適用する場合には、モデルに適用限界があるのではないかと考えられる。そこで、R.C. モデルの適用条件を解明するため、レーダによる観測データを用いて解析を行った。

はじめに、ある分割レベル n でのサブエリアとその1つ前のレベルでのサブエリアボリュームとの分散 σ_v^2 を求める。この分散 σ_v^2 が一定値をとる時、R.C. モデルが適用可能であると考えることができる。そこで、分散 σ_v^2 の平均に対する RMSE(以下、 $\text{err}(\sigma_v^2)$) を求めることで全体の変動を捉えることとした。領域平均降雨量と $\text{err}(\sigma_v^2)$ の関係を図-3 に示す。

Key Words: Random cascade モデル, スケール不変性, 空間スケール, 領域平均降雨量, 標高依存直線

〒321-8585 宇都宮市陽東 7-1-2 宇都宮大学工学部建設学科 Tel.028-689-6214 Fax.028-689-6213

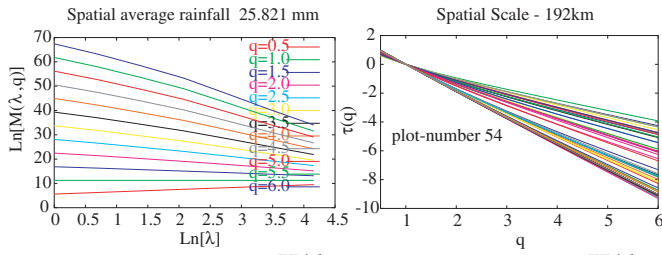


図-1 λ と $M(\lambda, q)$ の関係

図-2 q と $\tau(q)$ の関係

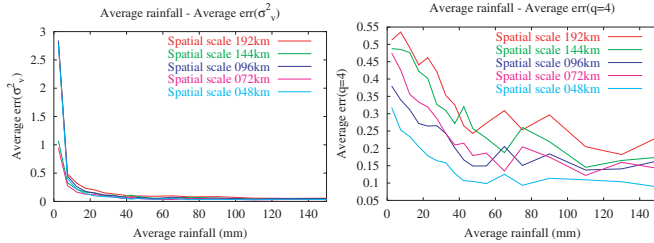


図-3 領域平均降雨量と $\text{err}(\sigma_v^2)$ の関係

図-4 領域平均降雨量と $\text{err}(q=4)$ の関係

次に、R.C. モデルではスケール不変性が成立していることが前提であるので、どのような条件の時に、実際の降雨場においてスケール不変性が成立するのかについて解析を行った。図-1 に示した λ_n と $M(\lambda_n, q)$ との関係が直線関係であればスケール不変性が成立していると言えることから、図-1 に示した $q=4$ における λ_n と $M(\lambda_n, q)$ の関係に対して、RMSE(以下、 $\text{err}(q=4)$) を求め直線の成立具合を調査した。ここで、 $q=4$ を採用したのは、 $q=1$ の周辺より違いが明確に表れるためである。解析結果を図-4 に示す。

図-3および図-4を見ると、領域平均降雨量がある程度よりも少ない時(およそ20mm以下)には、R.C. モデルを適用することはできず、スケール不変性も成立していないことが判明し、また、領域の空間スケールが比較的大きい場合にも、同様のことが言え、従来より指摘されていることと一致する結果となった。

5. 地形効果を導入したモデル化

地形の影響は、降雨場における最も支配的な要因であり、より現実的な降雨場を発生させるためには、モデルに地形効果を導入することは必要不可欠である。降雨と地形との関係について、鈴木ら²⁾は、地形標高を100mm間隔で層別化し、層別平均値の対数値をとることにより相関係数が0.9以上の明確な直線関係が成立することを明らかにしており、この直線を標高依存直線と呼んでいる。そこで、本研究においても、標高依存直線を利用してR.C. モデルに地形効果を導入する手法の開発を試みる。

(1) 空間変動成分と地形効果の分離

本研究で提案する手法は、降雨場の空間変動成分と地形効果を分離し、前者はR.C. モデルによって、後者は標高依存直線をりようして別々に発生させ、その後、両者を合成することによって、地形効果を取り込んだ降雨場を発生させるというものである。標高依存直線の傾きは、観測データから算出した傾きの確率分布に基づいて発生させることとし、また、空間変動成分には無降雨域を考慮しないlognormalモデルを適用し、無降雨域については別途考慮するも

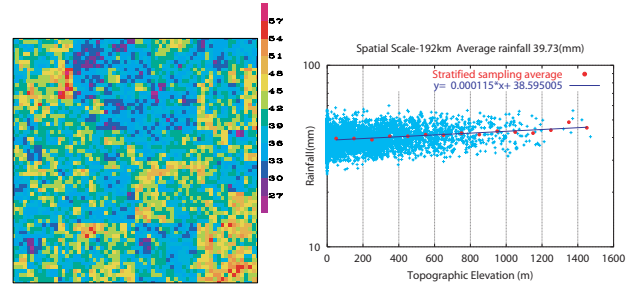


図-5 地形効果を導入した擬似降雨場 (192km × 192km, 単位は mm) とその標高依存直線

のとする。

空間変動成分と地形効果を分離するために、次の操作を行った。降雨分布から標高依存直線を導き出し、標高依存直線上の降雨量で各地点の降雨量を除することにより、地形の影響を除いた空間変動成分の分布 $\gamma(x, y; h)$ を得ることができる。

$$\gamma(x, y; h) = \frac{R(x, y; h)}{R(h)} \quad (11)$$

ここで、 $R(x, y; h)$ は地形標高 h を持つ地点 (x, y) の降雨量を、 $R(h)$ は地形標高 h における標高依存直線上の降雨量を表している。

(2) 地形効果を導入した擬似降雨場

空間変動成分の分布 $\gamma(x, y; h)$ に対して lognormal モデルを適用し、式 (10) を用いてパラメータ σ^2 を求め、空間変動成分の擬似分布を発生させた。また、領域平均降雨量が同程度の降雨分布から求めた標高依存直線を用いて、平均的な地形効果を算出した。その後、空間変動成分の擬似分布と平均的な地形効果を合成させることにより、擬似降雨場を求めた。発生させた降雨場とその標高依存直線の一例を図-5に示す。同図を見ると降雨分布と地形標高との間に明確な依存性が表現できており、より現実の降雨場に近い擬似降雨場が発生できたと考えられる。

6. まとめ

R.C. モデルの適用限界について解析した結果、領域の平均降雨量が非常に少ない場合、また、領域の空間スケールがある程度大きい場合には降雨場のシミュレーションに対してR.C. モデルを適用することができないということが明らかになった。また、標高依存直線を用いることにより、地形効果を導入した擬似降雨場を発生させる手法を示すことができた。

今後の課題として、パラメータの定式化を行うとともに、地形効果の導入方法の改良や無降雨域の表現方法の改良等について検討する予定である。

参考文献

- Over, T.M., and V.K.Gupta: A space-time theory of mesoscale rainfall using random cascades, Jour.Geophys.Res., 101(D21), pp.26,319-26,331, 1996. 2
- 鈴木善晴, 中北英一, 池淵周一: 標高依存直線に基づいた降雨分布の地形特性の解明, 水工学論文集, 第45巻, pp.301-306, 2001.
- 立川康人, 日和佐真丈, 寶馨: ランダムカスケードモデルと降雨標高依存直線を用いた降雨空間分布の模擬発生, 水工学論文集, 第47巻, pp.127-132, 2003.