

# 安定化有限要素法による高潮氾濫解析手法の提案

中央大学	学生員	唐木田 泰久
中央大学	学生員	小林 義典
中央大学大学院	学生員	岡田 岳
中央大学	正会員	櫻山 和男

## 1. はじめに

1959年の伊勢湾台風で代表される高潮は、周辺地域に甚大な被害をもたらした。これ以降、高潮対策が進められ、大規模な災害は稀となりつつある。しかし、自然災害に対する脅威が薄れるわけではなく、正確かつ確かな災害、防災情報は、水防災意識を高揚させ、災害時の防災活動を迅速かつ円滑に行うために必要となる。特に、近年は洪水、高潮ハザードマップなど、高い精度を要求する氾濫計算に対するニーズが高まってきている。

そこで、本報告は安定化有限要素法<sup>1)</sup>による高潮氾濫解析手法を提案するものである。高潮と天文潮の推算を同時に行い、天文潮の推算において問題となる開境界条件処理には、部分領域法<sup>2)</sup>を導入し無反射境界として取り扱う。数値解析例として東京湾高潮解析を取り上げ、本手法の有効性を検討し考察を行った。

## 2. 数値解析手法

### (1) 基礎方程式と有限要素法

高潮解析の支配方程式には以下の浅水長波方程式を用いる。

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + g \frac{\partial(\zeta - \zeta_0)}{\partial x_i} - \frac{\tau_i^s}{\rho_w(h + \zeta)} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} [(h + \zeta) U_i] = 0, \quad (2)$$

ここに、 $U_i$ は断面平均流速、 $h$ は水深、 $\zeta$ は水位変動量、 $g$ は重力加速度、 $\zeta_0$ は吸い上げ効果に伴う水位上昇量、 $\rho_w$ は海水の密度、 $\tau_i^s$ は海面せん断応力であり、次式で与える。

$$\tau_i^s = \rho_a C_D W_i \sqrt{W_j^2}, \quad (3)$$

ここに、 $\rho_a$ は空気の密度、 $W$ は風速である。 $C_D$ は抗力係数であり、本多・光易<sup>3)</sup>によると次式によって与えられる。

$$C_D = \begin{cases} (1.290 - 0.024W) \times 10^{-3} & (W \leq 8) \\ (0.581 + 0.063W) \times 10^{-3} & (W > 8). \end{cases} \quad (4)$$

基礎方程式(1)、(2)に対する空間方向の離散化手法としてSUPG法に基づく安定化有限要素法<sup>1)</sup>を適用し、三角形1次要素を用いて補間を行うことにより有限要素方程式が導かれる。時間の離散化には前進差分を用い、連立1次方程式の解法に陽解法であるマルチパス法<sup>4)</sup>を用いた。

### (2) 開境界処理

開境界処理には、兎玉らによって提案された部分領域法<sup>2)</sup>を採用した。解析全体領域とは別に、開境界上の節点を有する要素からなる部分領域を導入することにより、開境

界における反射波成分を抽出する方法である。ここで抽出された反射波成分を、次ステップの入射波成分に加えたものを開境界条件として与え、計算を進めていく。詳細は参考文献<sup>2)</sup>を参照されたい。

### (3) 台風モデル

台風の気圧分布は、次式に示すMyersの式で与えた。

$$P(r) = P_c + \Delta P \exp\left(-\frac{r_0}{r}\right), \quad (5)$$

ここに、 $P(r)$ は台風中心から距離 $r$ だけ離れた地点での気圧、 $P_c$ は台風の中心気圧、 $\Delta P$ は気圧深度、 $r_0$ は台風の半径である。このような気圧分布の下で、傾度風速 $U_{gr}$ は次式で与えられる。

$$U_{gr} = -\frac{rf}{2} + \sqrt{\left(\frac{rf}{2}\right)^2 + \frac{\Delta P}{\rho_a} \frac{r_0}{r} \exp\left(-\frac{r_0}{r}\right)}, \quad (6)$$

なお、 $f$ はコリオリ係数、 $\rho_a$ は空気の密度である。ここで、傾度風および台風の移動に伴う海面付近の風速はそれぞれ次式のようになる。

$$u_1 = C_1 U_{gr}, \quad (7)$$

$$u_2 = C_2 V_t \exp(-\beta r), \quad (8)$$

ここに、 $C_1, C_2$ は定数であり0.6とした。 $V_t$ は台風移動速度であり、係数値 $\beta$ は $\beta = \pi/(500 * 1000)$ を用いた。 $u_1$ は $U_{gr}$ に比べ30°内側に傾くものとし、風速 $W$ は式(7)、(8)のベクトル和として決定される。また、式(1)の $\zeta_0$ は次式で与える。

$$\zeta_0 = 0.991(1,013 - P(r)) \times 10^{-2}. \quad (9)$$

## 3. 数値解析例

### (1) 東京湾高潮解析

本手法の有効性を検討するため、東京湾高潮解析を取り上げる。有限要素分割図および台風の経路を図-1,2に示す。節点数10,693、要素数19,493であり、微小時間増分量は0.05[s]、マルチパス法<sup>4)</sup>の反復回数は3回として計算を行った。台風経路における○は1時間おきに任意に与えた台風中心位置であり、その間を3次スプライン補間により滑らかな曲線で結ぶ。全時刻において台風半径50[km]、気圧深度70[hpa]とする。なお、境界条件として、開境界においては次式に示す潮汐を入射波条件とし、部分領域法<sup>2)</sup>により算定した値に $\zeta_0$ を加えたものを与えた。また、沿岸においてはslip条件とした。

$$\hat{\zeta} = \sum_{m=1}^4 a_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_m} t - k_m\right), \quad \hat{U}_i = \sqrt{\frac{g}{h}} \hat{\zeta} n_i^+, \quad (10)$$

**KeyWords:** 安定化有限要素法, 高潮氾濫解析, 移動境界問題, 部分領域法

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: karaki@kc.chuo-u.ac.jp

ここに  $a_m$  は振幅,  $T_m$  は周期,  $h$  は水深,  $k_m$  は位相,  $n_i$  は法線方向ベクトル成分を示し, 上添え字の  $\hat{\cdot}$  は境界で規定される値,  $+$  は解析領域内部方向を表す. 式 (10) で用いる主要 4 分潮の振幅, 周期および位相を表-1<sup>2)</sup> に示す.

表-1 主要 4 分潮

記号	振幅 $a_m$ [m]	周期 $T_m$ [h]	位相 $k_m$ [rad]
$M_2$	0.21	12.42	-5.8398
$S_2$	0.15	12.00	-5.6018
$K_1$	0.14	23.93	-1.3290
$O_1$	0.10	25.82	-1.3211

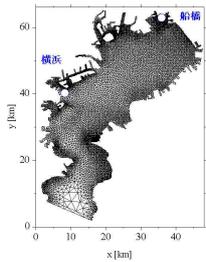


図-1 有限要素分割図

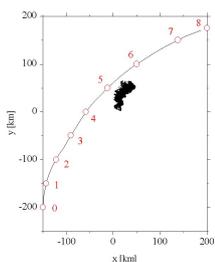
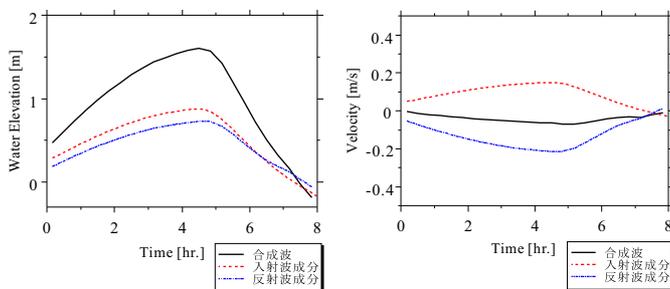


図-2 台風経路図

図-3 は, 部分領域法<sup>2)</sup>により算定された境界値の時刻歴である. 水位変動量, 流速  $y$  方向成分とも, 入射波成分と反射波成分が足し合わされ, 水位はおよそ 2 倍となり, 流速は正負の流速が打ち消しあい反射波成分が透過している.



水位変動量

流速  $y$  方向成分

図-3 開境界値の時刻歴

図-4 は, 部分領域法<sup>2)</sup>の有無による水位変動量の比較である. なお, 海面せん断応力の抗力係数は一定値 0.0026 を用いた. どちらも水位のピークは, 台風が最も接近した時刻より後に現れている. 開境界処理を施さない場合, 開境界で反射波成分が透過せず, 再び反射を繰り返してしまう. そのため, 部分領域法<sup>2)</sup>を導入しなかった場合は, 流量収支が充たされず水位変動量を過大に評価している. 図-5 は, 海面せん断応力の抗力係数に, 本多・光易<sup>3)</sup>の式を用いた時と, 一定値 0.0026 を用いた時の水位変動量の比較である. 一定値 0.0026 は, 本多・光易<sup>3)</sup>の式において, 風速 32[m/s] の時の値である. すべての地点において常時一定の強風が吹いていることとなり, 本多・光易<sup>3)</sup>の式を用いた時に比

べ, 湾奥に位置する所ほど水位変動量は大きく評価されている.

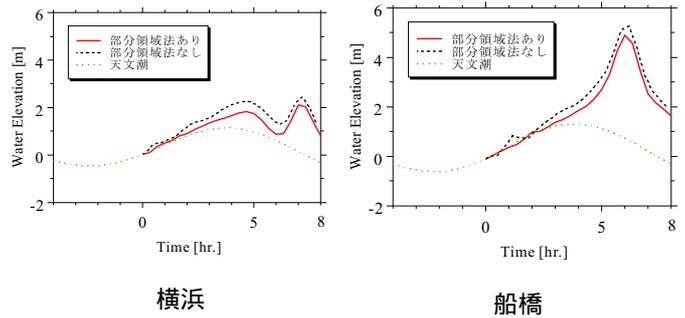


図-4 部分領域法の有無による水位変動量の比較

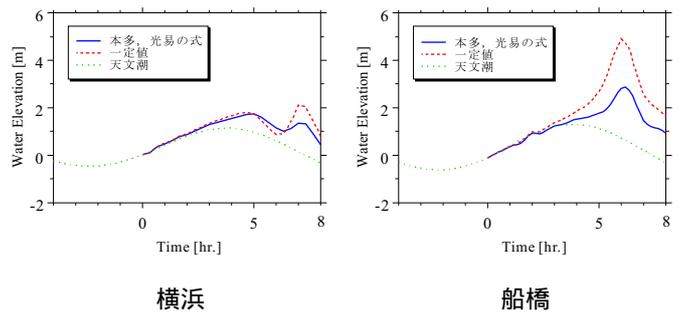


図-5 抗力係数の違いによる水位変動量の比較

#### 4. おわりに

本報告では, 安定化有限要素法<sup>1)</sup>を用いて東京湾において高潮解析を行い, 本手法の有効性を検討し以下のような結論を得た.

- 湾奥に位置する所ほど, 水位が高くなるといった高潮現象を定性的に捉え, 本手法の有用性を確認できた.
- 開境界条件の処理方法に部分領域法<sup>2)</sup>を導入し, 反射波成分を透過することで, 過度な水位の上昇を抑えることができた.
- 海面せん断応力の抗力係数の決定方法に本多・光易<sup>3)</sup>の式を用いた場合, どの地点においても一定の値を用いた時に比べ, 水位変動量は小さく評価され, その差は湾奥に位置する地点ほど顕著となった.

今後は, 過去に発生した台風の観測データを用い, 定量的評価を行う予定である. また, 移動境界手法を導入し, 高潮氾濫解析にも適応可能な手法へと拡張する予定である.

#### 参考文献

- 1) T.E.Tezduyar, 'Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations', *Advance in applied Mechanics*, **28**, 1-44, 1992.
- 2) 児玉敏雄, 川原睦人, '潮流の非定常有限要素法解析における開境界条件の処理', 第 45 回年次学術講演会概要集 II 土木学会, 590-591, 1990.
- 3) Mitsuyasu, H. and T.Honda, 'The High Frequency Spectrum of Wind Generated Wave', *J. Oceanog. Soc. Japan*, **30**, No4, 1974.
- 4) J.Peraire, O.C. Zienkiewicz and K.Mogan, 'Shallow water problems, A general explicit formulation', *Int. J. Num. Meth. Eng.*, **22**, 547-574, 1986.