密度成層領域に入射する表面波の数値計算

独立行政法人港湾空港技術研究所　正会員　柿沼太郎

1. 序　　論

港湾内で観測される波浪の長周期波成分は，船舶の停泊や荷役に支障をきたす可能性があり，港湾機能を低下させる要因の一つである．従って，港湾の計画・設計に際し，長周期波の特性を予測しておく必要がある．こうした長周期波は，種々の原因によって発生することが指摘されており，その過程には，波の非線形干渉を含む複雑なメカニズムが存在するであろう．長周期波発生に関して，様々な角度から検討が進められており，例えば，波浪の非線形性を考慮して湾水振動を扱った研究に Derun ら (2003) がある．

本研究では，水域内に存在する密度成層が長周期波発生の一因となるかどうかについて確かめようとする．すなわち，冬季に冷却された海水が夏季に底面付近に滞留することによって生じる水温の分布や，河川から淡水が流入する海域に見られる塩分の分布のように，海水中に密度成層が形成された場合，表面波がこの領域に入射し，あるいは，この領域を透過したときに長周期波が発生するか否かについて調べる．こうした海水の鉛直方向の密度変化は，密度の大きな層の流体運動が比較的抑制されるという意味では，リーフ上のように水深が浅くなる効果と類似した影響を波の変化に及ぼすことが推測される．更に，密度が異なる流体の境界面で内部波が発生するため，界面振動の表面波・内部波モードに表面波のエネルギーが移行し，また，逆に，表面波の内部波モードが発生することになる．

ここでは，2 層からなる密度成層領域に入射する表面波の特性変化について，数値計算により検討する．基礎方程式系は，鉛直断面内の表面波及び内部波に対する非線形長波方程式である．

2. 基礎方程式

密度の異なる互いに混合しない非粘性・非圧縮性流体が成層状態にあるとする．流体の種類を上から順に $i = 1, 2, \cdots, I$ で表わし，各流体の密度及び乱されない状態における層厚をそれぞれ $½_i = \text{const.}$ 及び $h_i(x)$ ($\sum_{i=1}^{I} h_i = h(x)$) とする．流体運動が非回転であると仮定し，第 i 層の各点における速度ポテンシャル $Á_i(x; z; t)$ を $u_i = \nabla Á_i$, $w_i = @Á_i=@z$ によって定義する．ここで，u_i 及び w_i は，それぞれ，各点における流速の水平方向成分ベクトル及び鉛直方向成分である．また，$\nabla = (@=@x; @=@y)$ は，水平方向の微分演算子である．

第 i 層の下面及び上面の位置をそれぞれ $z = ´_{i;0}$ 及び $z = ´_{i;1}$ とし，下面における圧力を $p_i(x; t)$ と定義する．$´_{i;j}$ は，x の 1 価関数であると仮定し，表面波と内部波の両者について砕波を考慮せず，渦や乱れの効果を無視する．

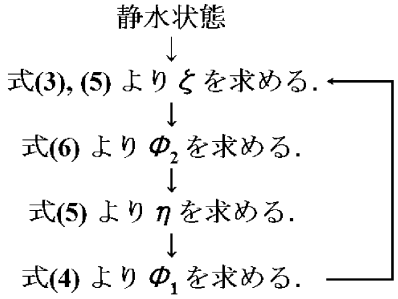
極浅水域を対象とすると ($Á_i = Á_i(x; t)$) ，連続方程式及び Bernoulli の式より，次式のような表面波・内部波のための非線形長波方程式が得られる．

$$\frac{@´_{i;1}}{@t} - \frac{@´_{i;0}}{@t} + \nabla\{(´_{i;1} - ´_{i;0})\nabla Á_i\} = 0 \tag{1}$$

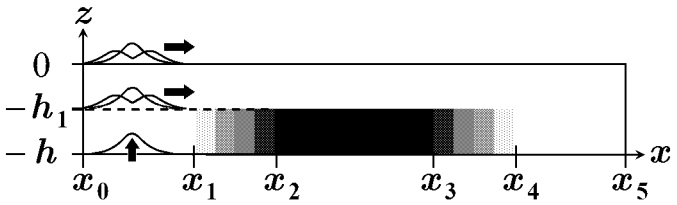
$$\frac{@Á_i}{@t} + \frac{1}{2}(\nabla Á_i)^2 + g´_{i;j} + (p_{i\,i\,j} + P_i)=½_i = 0 \tag{2}$$

ここで，$(\nabla Á_i)^2 \equiv |\nabla Á_i|^2$ とする．g は，重力加速度であり，$P_i = \sum_{k=1}^{i\,i\,1}(½_i - ½_k)gh_k$ は，各層毎に定まる定数である．また，質量力が重力のみであると仮定し，表面張力の効果を重力の効果に比べて無視する．

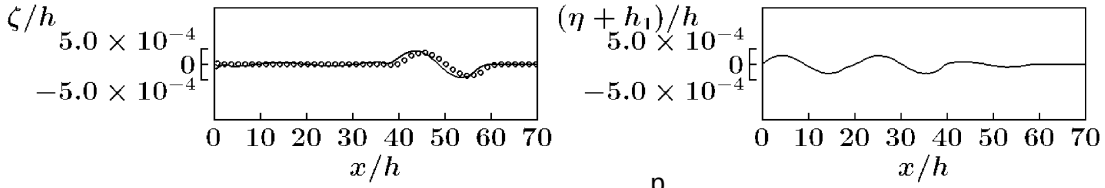
キーワード ！ 密度成層， 長周期波， 内部波， 非線形長波
連　絡　先 ！ 〒 239{0826 横須賀市長瀬 3{1{1， Phone: 046(844)5052， Facsimile: 046(844)1274



図－1　数値計算の手順



図－2　計算対象領域



図－3　表面波及び内部波の空間波形（$t\sqrt{g/h}$ = 30, ○: 一層問題）

いま，鉛直断面において表面が大気と接する 2 層問題を対象とし，表面, 内部界面及び底面の位置をそれぞれ z = ³, z = ´ 及び z = b とする．また，自由水面に働く大気圧を 0 とする．このとき，式 (1) 及び (2) より，各層で次式が成り立つ.

第 1 層: $\frac{\partial ³}{\partial t} - \frac{\partial ´}{\partial t} + \nabla\{(³ - ´)\nabla Á_1\} = 0$ (3); $\frac{\partial Á_1}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla Á_1)^2 + g³ = 0$ (4)

第 2 層: $\frac{\partial ´}{\partial t} - \frac{\partial b}{\partial t} + \nabla\{(´ - b)\nabla Á_2\} = 0$ (5); $\frac{\partial Á_2}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla Á_2)^2 + g(´ + h_1) + \frac{½_1}{½_2}g(³ - ´ - h_1) = 0$ (6)

3. 数値計算

式 (3) ～ (6) は，差分法を用いて，**図－1** に示す陽的手順で解く（柿沼・渡辺, 2000）．初期条件として，$³(x;0) = 0$, $´(x;0) = -h_1$, $b(x;0) = -h$, $Á_1(x;0) = 0$ 及び $Á_2(x;0) = 0$ を与える．入射波は，**図－2** に示すように，底面 b(x; t) の一部を隆起，または，沈降させて造波する．こうして生成した表面波及び内部波が密度成層領域（$x_1 \le x \le x_4$）に入射する．第 1 層における流体の密度は，$½_1$ =const. である．他方，第 2 層における流体の密度 $½_2$ は，$½_1$ $(x_0 \le x < x_1)$, $½_1 + (½ - ½_1)(x - x_1)/(x_2 - x_1)$ $(x_1 \le x < x_2)$, $½$ $(x_2 \le x < x_3)$, $½_1 - (½ - ½_1)(x - x_4)/(x_4 - x_3)$ $(x_3 \le x < x_4)$ 及び $½_1$ $(x_4 \le x \le x_5)$ のように場所的に変化する．計算領域の両端（$x = x_0, x_5$）が滑らかに接続されるように境界条件を与える.

図－3 に，$b/h = 7{:}0 \times 10^{-4} t\sqrt{g/h}\sin\{¼[x/(10h) - 1]\}$ $(10 \le x/h \le 30)$ なる底面の隆起・沈降を $0 \le t\sqrt{g/h} \le 0{:}9$ の間に与え，$½/½_1 = 2$, $h_1/h = 0{:}7$, $x_1/h = 30$, $x_2/h = 40$, $x_3/h = 60$, $x_4/h = 70$, $x_5/h = 100$ としたときに発生・伝播する表面波及び内部波の，$t\sqrt{g/h} = 30$ のときの空間波形を示す．表面波の波形について，全領域で一定値 $½_1$ の密度を有する 1 層の場合の計算結果であるプロットと比較すると，密度成層領域に入射した場合，位相速度が減少し，更に，長周期波成分が発生して水面変動領域が長くなっている.

4. 結　　論

2 層からなる密度成層領域を透過する表面波の特性を調べるために，表面波及び内部波の数値計算を行なった．密度成層の存在によって，表面波に長周期波成分が発生することが確認された．今後，上・下層の密度比や水深比を変えて数値実験を行ない，モード解析を用いて表面波の特性変化をより詳細に検討する必要がある.

参考文献:　柿沼太郎・渡辺　晃 (2000), 土木学会第 55 回年講概要集, II, pp. 4{5.;

Derun, A. B.・柿沼太郎・磯部雅彦 (2003), 海岸工学論文集, 第 50 巻, pp.231{235.