1. はじめに

タンクに貯蔵された液体の固有周期と地震などの外力周 期が一致した場合,スロッシングと呼ばれる共振現象が引 き起こされる.2003年の十勝沖地震では,ナフサタンクに おいてこのスロッシング現象が励起され火災が発生したも のと考えられており,スロッシング現象の解明は工学上重 要な課題を含んでいる.

そこで本論文では,任意形状を有するタンクのスロッシ ング現象に対して適応可能な数値解析手法を提案するもの である.数値解析手法として,時々刻々と変化する自由表 面形状の表現方法として,ALE 安定化有限要素法に基づく 界面追跡法¹⁾を用い,大規模問題に対応するために並列計算 手法を導入した.数値解析例として,十勝沖地震による実 際の地震波を入力データとした円筒タンクにおけるスロッ シング問題を取り上げ,本解析手法の有効性について検討 を行った.

2. 数值解析手法

(1) 基礎方程式と定式化

ALE 記述による非圧縮粘性流体の基礎方程式は以下に示 す運動方程式,連続式で表される.

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - f_i \right) - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2}$$

ここで ρ , u_i , f_i はそれぞれ密度, 流速,物体力であり, \bar{u}_i はメッシュ移動速度を考慮した相対速度である.また応力 テンソル σ_{ii} は式 (3) に表される.

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{3}$$

ここで p,µ はそれぞれ圧力,粘性係数である.

基礎方程式(1),(2) に対し SUPG/PSPG 法に基づく安 定化有限要素法²⁾を適用し,P1/P1 要素を用い空間方向の 離散化を行うと以下の有限要素方程式が得られる.

$$(\mathbf{M} + \mathbf{M}_{\delta})\frac{\partial u_i}{\partial t} + (\mathbf{K}(\bar{u}_j) + \mathbf{K}_{\delta}(\bar{u}_j))u_i - (\mathbf{C} + \mathbf{C}_{\delta})\frac{1}{\rho}p + \nu \mathbf{S}u_j - (\mathbf{N} + \mathbf{N}_{\delta})f_i = 0 \qquad (4)$$

$$\mathbf{C}^{T}u_{i} + \mathbf{M}_{\varepsilon}\frac{\partial u_{i}}{\partial t} + \mathbf{K}_{\varepsilon}(\bar{u}_{j})u_{i} - \mathbf{N}_{\varepsilon}f_{i} + \mathbf{C}_{\varepsilon}\frac{1}{\rho}p = 0$$
(5)

中央大学	学生員	臼井	正治
中央大学大学院	学生員	田中	聖三
中央大学	正会員	樫山	和男

ここで M,K,C,S,N は係数行列であり添字 δ,ε はそれぞれ SUPG 項, PSPG 項に起因するものを表す.

時間方向の離散化には,Crank-Nicolson 法を適用し,連立 方程式の解法には Newton-Raphson 法により線形化された 連立1次方程式に対し Matrix Free 法³⁾に基づく GMRES 法⁴⁾を用いる.

(2) 並列計算手法

本研究では、大規模な問題への適用を可能にするため、分 散メモリー型並列計算機を用いた領域分割法に基づく並列 計算手法を導入している.各プロセッサは割り当てられた 部分領域のデータしか記憶しておらず、省メモリーに計算 を行うことができる.各プロセッサは要素毎のベクトルを 全体系へ重ね合わせる際に隣接プロセッサ間通信を内積計 算を行う際に全プロセッサ間通信を行って、不足するデータ を補完しながら計算を行う.これらの通信ライブラリーに は MPI(Message Passing Interface)を用いている.なお、 領域分割法には Greedy アルゴリズムに基づく自動領域分 割法を用いた.

(3) 壁面における slip 条件の処理

壁面における slip 条件に必要な単位法線ベクトルは,理 想的な壁面形状ならば図 - 1(a) に示すように節点における 接線の傾きを計算することで算出できるが,図 - 1(b) に 示すように有限要素分割をすることで壁面形状が多角形に なってしまうため理想的な壁面形状と有限要素分割後の壁 面形状は若干ながら異なったものとなってしまう.そのた め,理想的な壁面形状から算出される単位法線ベクトルと 有限要素分割後の正確な単位法線ベクトルとは誤差が生じ る.そこで本報告では図 - 1(b) に示すように有限要素分割 後の壁面形状を考慮に入れ,節点を含む各要素の外積を算 出することで単位法線ベクトルを算出した.



3. 数值解析例

数値解析例として 2003 年 9 月 26 日に発生した十勝沖地 震による苫小牧ナフサタンク事故について検討を行った. 本事故は地震動によりスロッシング現象が励起されたこと で火災が発生したものと考えられていることより,外力と して図 - 2 に示す東西・南北両成分地震波⁵⁾を与え解析を 行った.解析条件として,直径 42.70m,高さ 24.39m のタンクにナフサが 18.00m まで貯まっているものとした.なお,ナフサの動粘性係数は $9.1 \times 10^{-7} m^2/sec$ とし,重力加速度,微小時間増分量はそれぞれ $9.8m/sec^2$,0.01secとし,総節点数,総要素数はそれぞれ 41059,226800 とした.



図 - 3 は各時刻での自由表面形状を示しており,振幅の 大きな水面応答に対しても自由表面形状が滑らかに表現さ れており安定に計算されていることがわかる.図-4は北 側・南側壁面における水位の時刻歴を示しており,南北方 向においては 83.17*sec*に最大水位 20.46m(水位変動量:+ 2.46m),80.20*sec*に最小水位 16.00m(水位変動量:-2.00m) となった.また図 - 5 は東側・西側壁面における水位の時 刻歴を示しており,東西方向においては 58.78*sec*に最大 水位 21.65m(水位変動量:+3.65m),58.69*sec*に最小水位 15.21m(水位変動量:+3.65m),58.69*sec*に最小水位 15.21m(水位変動量:+3.65m),58.69*sec*に最小水位 15.21m(水位変動量:+3.65m),58.69*sec*に最小水位 15.21m(水位変動量:-2.79m)となり,振幅の大きな水面応 答となった.この水面応答の原因として,図 - 6に示す入 力地震波の速度応答スペクトルより,南北成分では約4秒, 東西成分では約7秒の周期が卓越しており,これはタンク の1次固有周期7.15秒,2次固有周期4.02秒に近いことか ら共振現象を起こしたものと考えられる.

4. おわりに

本報告では,ALE 並列安定化有限要素法を用い,十勝沖 地震で被災したナフサタンクに実際の地震波を与えスロッ シング現象について検討を行った結果以下の結論を得た.

- 本解析において長時間かつ大振幅の問題において安定に計算されたことより,本手法の有効性を示した.
- ナフサタンクに実際の地震波を与えた結果,地震 波の卓越周期とタンクの固有周期が近かったこと でスロッシングが発生し,振幅の大きな水面応答と なった。
- 本解析において,東西・南北両方向の振幅が大きくなるにつれ液面が回転運動するスワーリング現象が起こった。

今後は,本手法を用いタンク形状の複雑な場合の解析について取り組んでいく予定である.



参考文献

- 田中聖三,樫山和男,'任意壁面形状及び開境界を有する自由 表面流れのための ALE 安定化有限要素法',応用力学論文 集,Vol.6,pp223-230
- T.E.Tezduyar, 'Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations', Advance in applied Mechanics, 28, pp1-44, 1992
- 3) Z.Johan, Thomas J.R.Hughes, 'A globally convergent matrix-free algorithm for implicit time-marching schemes arising in finite element analysis in fluids', Computer Method in Applied Mechanics and Engineering, 87, pp281-304, 1991
- Y.Seed,M.Schultz, 'GMRES: A generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric liner system', SIAM J.Sci. Stat. Comput., 7, pp856-869, 1986
- 5) 港湾地域強震観測システム, http://www.eq.ysk.nilim.go.jp/