

格子状構造の面内・面外挙動解析のための マルチスケール法構築に関する基礎的検討

○宇都宮大学 学生員 佐野 道德
宇都宮大学 正員 齊木 功
宇都宮大学 正員 中島 章典

1. はじめに

鋼製組立網や格子状地盤補強材のような複雑な内部構造を有する平面セル構造体の解析を行う場合、要素試験などによる現象学的な構成関係を用いるか、詳細な有限要素モデルを用いらざるを得ない。著者らは基本周期構造の数値解析により、平面セル構造の面内挙動解析を効率化するためのマルチスケール法を開発した¹⁾。しかし、平面セル構造であっても面外変形を考慮しなければならない場合があるため、本報告では面内および面外挙動を考慮するためのマルチスケール法を構築する。

2. セル構造体のマルチスケール解析

筆者らは構造全体に設定される通常のスケールに加えマイクロ構造を観察するためのミクロスケールを用いる均質化法により、効率的な非線形マルチスケール解析の構築を行った¹⁾。ここでは前述のマルチスケール解析を拡張し、面外変形を考慮するため平面セル構造をマクロ的に板として捉えた定式化を行う。

図-1に示すように、大きさ ϵ の単位周期構造によって周期的に埋め尽くされた領域 Ω を解析対象とする。解析領域全体の尺度である x をマクロスケールと呼び、これに対して、微視構造 Y での尺度としてミクロスケール変数 $y = x/\epsilon$ を導入しておく。分布荷重が無い場合、曲げモーメント M で表された板の面外曲げに関する弱形式の支配方程式は

$$\int_{\Omega} M^{\epsilon} : (\nabla_x \otimes \nabla_x) \eta^{\epsilon} d\Omega - (\text{境界項}) = 0 \quad (1)$$

と表される。ここに、 ∇_x は座標 x に関する勾配を取る演算子、 η は仮想面外変位、 $:$ は2階の縮約、 $\otimes$ はテンソル積、上付きの ϵ はその物理量が微視構造の大きさ ϵ に依存することを意味する。この支配方程式と適切な境界条件によって構成される境界値問題に均質化法を適用し、2変数境界値問題を導く。この問題に対する均質化法に関する各種収束論の適用性は自明ではないが、類似の問題として梁の問題に対して漸近展開法を適用し

た京谷、寺田²⁾の結果を踏まえると、支配方程式(1)の $\epsilon \rightarrow 0$ の極限として、ミクロスケール問題

$$\int_Y M : (\nabla_y \otimes \nabla_y) \eta^1 dY = 0 \quad (2)$$

およびマクロスケール問題

$$\int_{\Omega} \widetilde{M} : (\nabla_x \otimes \nabla_x) \eta^0 d\Omega - (\text{境界項}) = 0 \quad (3)$$

を得ることができる。ここに、 M はマクロ、ミクロ変形による全曲げモーメント、 $\widetilde{M}$ は

$$\widetilde{M}(x) = \frac{1}{Y} \int_Y M(x, y) dY \quad (4)$$

で定義される平均曲げモーメント、上付きの0および1はそれぞれマクロスケール、ミクロスケールに属する物理量であることを意味する。ミクロスケール問題(2)は実変形(マクロ、ミクロ両スケールでの変形の和)に起因する内力の自己釣り合い式となっており、平面セル構造体の面内ミクロスケール問題と形式的に一致する。

実変形に起因する内力の自己釣り合い問題については、著者らの面内ミクロスケール問題¹⁾と同様に、マクロ変形(曲率)に相当する相対変位(ここでは回転角)を境界条件として解析を行う。面内問題の実変位に相当する実回転角 θ は

$$\theta(x, y) = \{\nabla_x \theta^0(x)\} \cdot y + \theta^1(x, y) \quad (5)$$

と表される。実面外たわみを w とすれば、実回転 θ は

$$\theta = -(\nabla_x w^0 + \nabla_y w^1) \quad (6)$$

と表される。ミクロ回転角 θ^1 の Y 周期性

$$\theta^1(x, y + Y_i) = \theta^1(x, y) \quad (7)$$

より、代表体積要素両端における相対回転角は

$$\theta^1(x, y + Y_i) - \theta^1(x, y) = \{\nabla_x \theta^0(x)\} \cdot Y_i \quad (8)$$

Key Words: 格子状構造, マルチスケール法, 平面セル構造体, 面外挙動

〒321-8585 栃木県宇都宮市陽東 7-1-2 宇都宮大学工学部建設学科

Tel. 028-689-6210

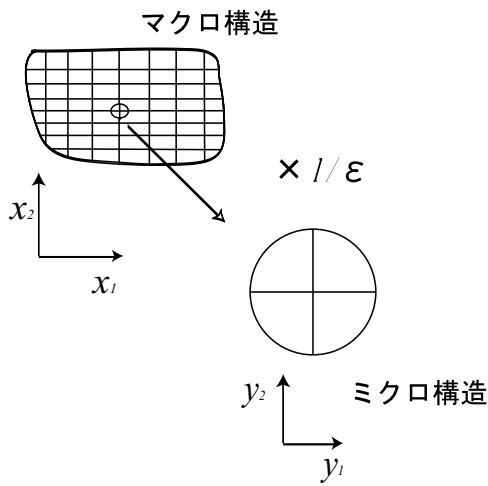


図-1 マルチスケール解析の概念

となる．ここに， $\mathbf{Y}_i (i = 1, 2)$ は代表体積要素の基本周期ベクトルである．このマクロ曲率に相当する相対回を代表体積要素に与えることで，その応答としてマクロ曲げモーメントが算出可能となる．

平均曲げモーメントは式 (4) で代表体積要素内の体積平均として既に与えられているが，ミクロ構造が本報告で対象としているような骨組構造の場合は，境界積分で表された方が都合がよい．著者らの文献¹⁾に習い，Gauss の発散定理を利用すると，マクロ曲げモーメント $\widetilde{\mathbf{M}}$ は

$$\widetilde{\mathbf{M}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{Y} \int_{\partial Y} \mathbf{y} \otimes \mathbf{M}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) d\partial Y \quad (9)$$

と表すことができる．ここに， ∂Y は代表体積要素 Y の境界を表す．

3. 平面セル構造体の面外解析例

本研究で行ったマルチスケール解析により，一様変形を仮定し，非線形ミクロ解析のみを行った結果を以下に示す．解析対象は図-2 のような正方形セル構造体とする．基本周期ベクトルの y_1, y_2 方向の距離を 7，セルを構成する骨組を幅，高さ 1 の正方形断面の Bernoulli-Euler はりとし，Young 率，せん断弾性係数を 1 とした．また，マクロ曲率 $\nabla_x \theta^0$ を

$$\nabla_x \theta^0 = f \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

と仮定した．ここに f は荷重パラメタであり，0 から 0.2 まで漸増させた．結果として得られたマクロ曲げモーメントと曲率の関係を図-3 に示す．図-3 においてマクロ曲率が 0.1 までは若干非線形性が見られ，剛性が増大しているが，それ以降からはあまり非線形性は見

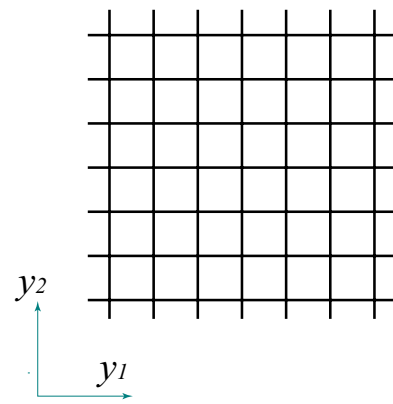


図-2 正方形セル構造体の代表体積要素

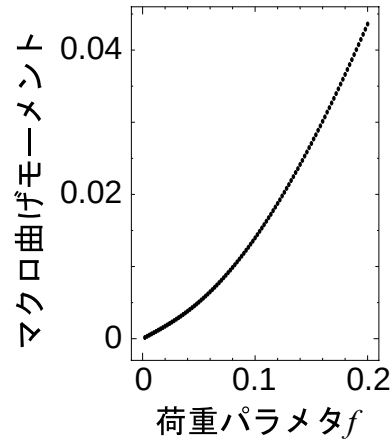


図-3 マクロ曲げモーメント－曲率関係

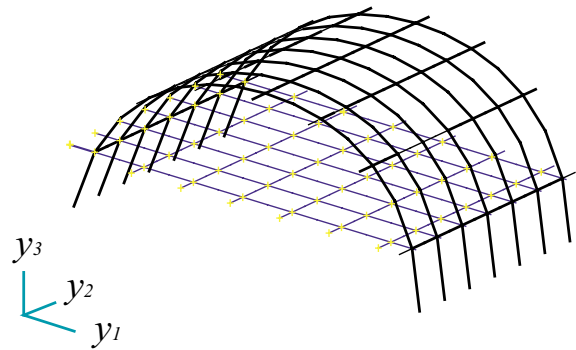


図-4 $f = 0.2$ における代表体積要素の変形

られず，剛性はほぼ一定となった．これは面内ひずみを 0 としたことにより，みかけ上の剛性が増加することが原因である．図-4 に $f = 0.2$ の時の代表体積要素の変形を 3 倍にして示す．図-4 から正方形セルが y_2 軸周りに曲げ変形している様子が見て取れる．

参考文献

- 1) 大植健，斉木功，寺田賢二郎，中島章典: 骨組要素を用いたセル構造材料のための非線形マルチスケールモデリング，土木学会論文集，No.724，I-62，pp.249-256，2003.
- 2) 京谷孝史，寺田賢二郎: 周期構造を有する梁構造物への均質化法の適用，応用力学論文集，Vol.1，pp.185-194，1998.