骨組構造物の幾何形状決定問題に関する研究

東洋大学　学生会員　○武内　隆政
東洋大学　学生会員　樋口　幸太郎
東洋大学　正会員　新延　泰生

1. はじめに

構造物の幾何形状決定問題は非常に高度な非線形問題に属している。従って解析的手法を用いることは，その解析過程において非常に困難を伴うことが多い。そのため，一般的な構造物の幾何形状決定法は，技術者の経験をもとに決定される場合が多い。

本研究では，方杖橋に着目しラーメン構造物として解析をすることで最適形状を得る。先ず節点座標を感度変数とする，骨組構造物の応答形状感度係数とその特性を導き，次に外力仕事最小の基準に基づいて定式化し骨組構造物の最適形状を決定する。

2. 形状感度解析理論

変位法における静的な状態方程式は，一般に，

$$K(X)z = F \tag{2-1}$$

で表すことができる。ここで，$K(X)$は全体剛性マトリクス，zは節点変位ベクトル，Fは節点外力ベクトルを表す。

部材mの骨組構造物における第k自由度の節点変位の形状感度係数は，(2-1)を感度変数である節点座標X_hで偏微分した$\partial z_k/\partial X_h$で表される。ここで，形状に関する感度解析では剛性マトリクスの成分が高次となるため，直接計算していくことは効果的ではない。そこで，独立変数S_{vi}を定義し中間変数として表すと次式となる。

$$\frac{\partial z_k}{\partial X_h} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{v=1}^{9}\frac{\partial z_k}{\partial S_{vi}}\frac{\partial S_{vi}}{\partial X_h} \tag{2-2}$$

節点変位の形状感度係数特性は，

$$\sum_{h=1}^{n}\frac{\partial z_k}{\partial X_h}X_h = \sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial z_k}{\partial x_{is}}x_{is} + \frac{\partial z_k}{\partial y_{is}}y_{is} + \frac{\partial z_k}{\partial x_{ie}}x_{ie} + \frac{\partial z_k}{\partial y_{ie}}y_{ie}\right)$$

$$= z_k + D_k \tag{2-3}$$

となる。ここで，nは節点数，D_kは次式を示す。

$$D_k = K^{-1}\sum_{i=1}^{m}\left(\sum_{v=5}^{6}\frac{\partial K}{\partial S_{vi}}S_{vi} + 2\sum_{v=7}^{9}\frac{\partial K}{\partial S_{vi}}S_{vi}\right)z_k \tag{2-4}$$

(2-3)の誘導過程においては，次式の関係を用いている。

$$\left(\frac{\partial S_{vi}}{\partial x_{is}}x_{is} + \frac{\partial S_{vi}}{\partial y_{is}}y_{is} + \frac{\partial S_{vi}}{\partial x_{ie}}x_{ie} + \frac{\partial S_{vi}}{\partial y_{ie}}y_{ie}\right) = H_{vi}S_{vi} \tag{2-5}$$

Table-1　定数H_{vi}

v	H_{vi}
1〜4	-1
5，6	-2
7〜9	-3

定数H_{vi}は，**Table-1** に示す値である。

j部材における断面力は，

$$r_j = r_{0j} + k_j z_j \tag{2-6}$$

で表すことができる。ここで，k_jはj部材の要素剛性マトリクス，右辺第１項は自重や温度変化に伴う断面力，右辺第２項は外力による節点変位に伴う断面力を表す。

j部材における断面力の形状感度係数は，(2-6)を感度変数である節点座標X_hで偏微分した$\partial r_j/\partial X_h$で表せ，計算する際(2-2)と同様に，第２項の偏微分係数$\partial k_j/\partial X_h$は独立変数$S_{vi}$を中間変数として用いることにより，以下のように表すことができる。

$$\frac{\partial k_j}{\partial X_h} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{v=1}^{9}\frac{\partial k_j}{\partial S_{vi}}\frac{\partial S_{vi}}{\partial X_h} \tag{2-7}$$

断面力の形状感度係数特性は，

$$\sum_{h=1}^{n}\frac{\partial r_j}{\partial X_h}X_h = N_j \tag{2-8}$$

となる。ここで，N_jは次式を表す。

$$N_j = -\left[\sum_{i=1}^{m}\left(\sum_{v=5}^{6}\frac{\partial k_j}{\partial S_{vi}}S_{vi} + 2\sum_{v=7}^{9}\frac{\partial k_j}{\partial S_{vi}}S_{vi}\right)\right.$$

$$\left.-k_j\left\{K^{-1}\sum_{i=1}^{m}\left(\sum_{v=5}^{6}\frac{\partial K}{\partial S_{vi}}S_{vi} + 2\sum_{v=7}^{9}\frac{\partial K}{\partial S_{vi}}S_{vi}\right)\right\}\right]z_j \tag{2-9}$$

応答形状感度係数は定数となるため，$I+1$番目の設計点における応答の推定値は，形状感度係数特性を用いることにより，次式のようになる。

$$z_k^{I+1} = \sum_{h=1}^{n}\frac{\partial z_k}{\partial X_h}^{I}X_h^{I+1} - D_k^{I} \tag{2-10}$$

$$r_j^{I+1} = r_j^{I} + \sum_{h=1}^{n}\frac{\partial r_j}{\partial X_h}^{I}X_h^{I+1} - N_j^{I} \tag{2-11}$$

キーワード　骨組構造物，応答形状感度係数，外力仕事
連絡先　〒350-0815　埼玉県川越市鯨井 2100　TEL　0492-39-1312　Email：gd0300076@toyonet.toyo.ac.jp

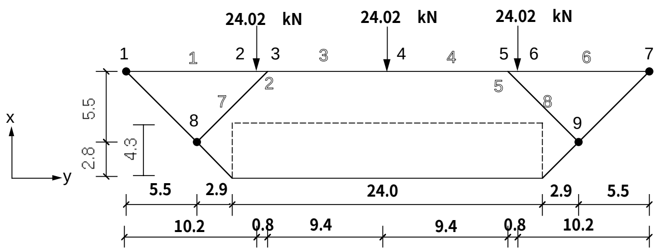

Fig-1　方杖橋モデル

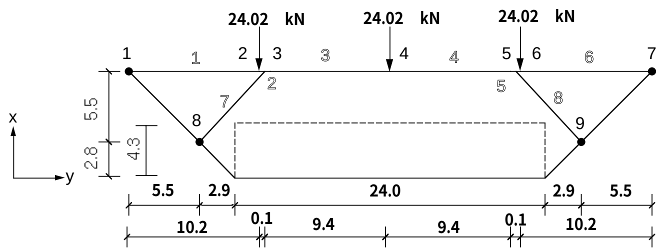

Fig-2　最適形状

3．数値解析

Fig-1 に示す方杖橋モデルを用いた。主桁と橋脚の接合位置を決定する形状問題を例に挙げ，2 次元解析を行う。

節点 3，または節点 6 の接合部を主桁上を任意に選点したときの形状のなかで，剛性が最大（外力仕事最小）となる形状を線形計画法を用いて求める。線形計画法における目的関数は，以下に示す外力仕事の推定式を用いている。解析モデルの主桁，橋脚の材料はすべて鋼とし載荷する荷重は主桁の死荷重とする。制約条件として各部材に生じる変位の制約のほか，構造物の形状に関する制約を加える。モデルでは桁下空間に車両を通過させることを目的としているため，破線区間を橋脚の建築限界として制約する。また，橋脚の形状を左右対称としモデルの景観を考慮する。
線形計画法では以下の条件の下，最適解を導いている。

Minimize

$$\sum_k f_k z_k \tag{3-1}$$

Subject to

$$\sum_k f_k z_k \geq 0 \tag{3-2}$$

$$z_k^{\ L} \leq z_k \leq z_k^{\ U} \tag{3-3}$$

$$X_h^{\ L} \leq X_h \leq X_h^{\ U} \tag{3-4}$$

(3-1)は線形計画法における目的関数であり，外力仕事を示すものである。節点外力ベクトル f_k に，同一節点における節点変位 z_k を乗じ，自由度数分の総和をとることにより，外力仕事を得ることができる。また，目的関数を外力仕事とすることによる，全断面力を考慮することになり，合理的な計算が可能となる。(3-2)は外力仕事に対する制約条件であり，負の外力仕事は考えてないため，このような制約条件を設けている。(3-3)は節点変位，(3-4)は感度変数の上限値および下限値を意味する。
Fig-2 に解析により導かれた最適形状を示す。また，イテレーションに伴う感度変数の収束過程を **Fig-3** に，目的関数である外力仕事の収束過程を **Fig-4** に示す。

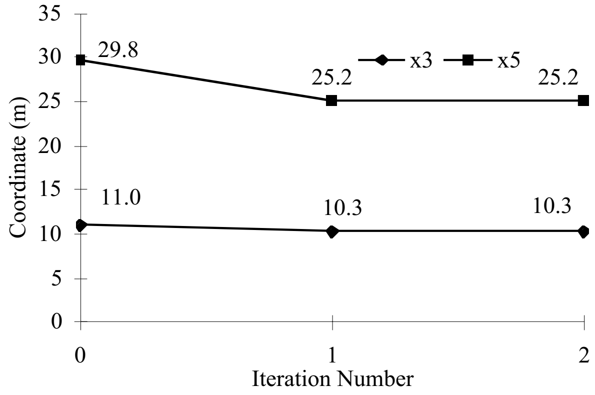

Fig-3　感度変数の収束過程

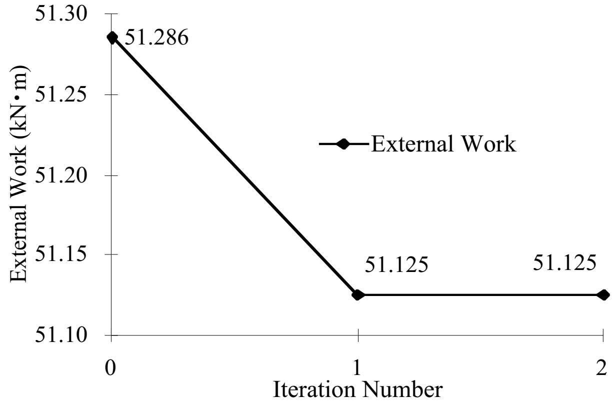

Fig-4　外力仕事の収束過程

4. 結論

形状問題は，一般的に高度な非線形問題として扱われるが，形状感度係数とその特性を適用することで，線形問題として容易に扱うことができるため計算に要するコストと時間を削減することが可能である。

解析結果から，建築限界や橋脚の形状を左右対称にするなど構造物の形状に関する形状制約は，イテレーションの回数に多大な影響を持つと言える。また，設定の仕方によっては収束解が得られても，本来の構造物の機能を逸脱しかねない形状解が得られる可能性があるため，注意する必要がある。