

東洋大学 学生会員 山本 学
東洋大学 学生会員 樋口 幸太郎
東洋大学 正 会 員 新延 泰生

1. はじめに

線形弾性構造物の応答感度係数に感度変数を乗じ構造物全体について足し合わせたものが応答値の定数倍となる性質を感度係数特性という。

感度解析は、種々の最適化問題や逆解析問題など幅広く利用されている。解析的に感度解析を行えば厳密な設計感度係数が得られるが、一般には感度解析にかなりの計算時間を要するのが現状である。したがって、実際には差分法によって近似的に感度係数を求めることが多い。しかし、精度の良い感度係数を得るには感度変数の変動量を 0.01% 程度に抑える必要があり、反復計算を要する問題では多大の応答解析を繰り返さなければならない。本研究では、この感度係数特性を用いて差分法で求めた感度係数の精度向上する一方法を述べる。

2. 応答感度係数特性

応答感度係数特性は感度変数が断面積の場合、次式のようになる。

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \delta_k}{\partial A_i} \right)_{sen.} A_i = -\delta_k \quad \dots\dots\dots (1)$$

δ_k : 節点自由度における変位 ($k=1,2,\dots,m$)

A_i : 設計変数 {本研究で断面積} ($i=1,2,\dots,n$)

式(1)の $()_{sen.}$ は、感度解析により得られる感度係数である。

3. 精度向上方法

式(1)を利用し、差分法で近似的に求めた感度係数の精度向上を以下に示す。

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \delta_k}{\partial A_i} \right)_{dif.} A_i = -\tilde{\delta}_k \quad \dots\dots\dots (2)$$

式(2)の $()_{dif.}$ は差分法により得られた感度係数である。ここで式(1)の感度係数特性を式(2)の $\tilde{\delta}_k$ で除したものの $(\delta_k / \tilde{\delta}_k)$ を $()_{dif.}$ に乗じ、感度変数について総和したものは、以下のようになる。

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \delta_k}{\partial A_i} \right)_{dif.} \left(\frac{\delta_k}{\tilde{\delta}_k} \right) A_i = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \delta_k}{\partial A_i} \right)_{cor.} A_i = -\delta_k \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{ここで、} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \delta_k}{\partial A_i} \right)_{def.} \left(\frac{\delta_k}{\tilde{\delta}_k} \right) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \delta_k}{\partial A_i} \right)_{cor.} \quad \dots\dots\dots (4)$$

は、 $()_{cor.}$ が差分法により得られた感度係数を修正した修正感度係数を表わす。

本研究では、断面二次モーメントの定義を次式のように仮定する

$$I = \alpha A L^2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで α は細長比の逆数として表す事ができる。

4. 解析モデル

解析モデルとした4部材ラーメン構造物、その断面諸量、部材特性、荷重条件を下記に示す。

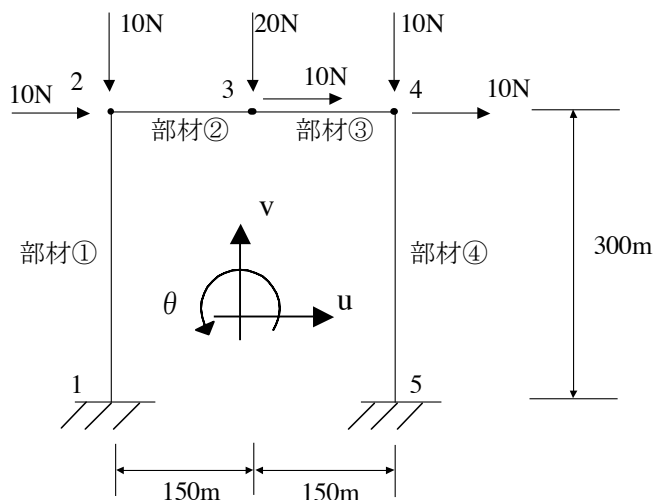


fig.1 解析モデル：4部材ラーメン

キーワード 差分法、設計感度係数、感度係数特性

連絡先 〒350-0815 埼玉県川越市鯨井 2100 TEL 0492-39-1312

5. 解析結果

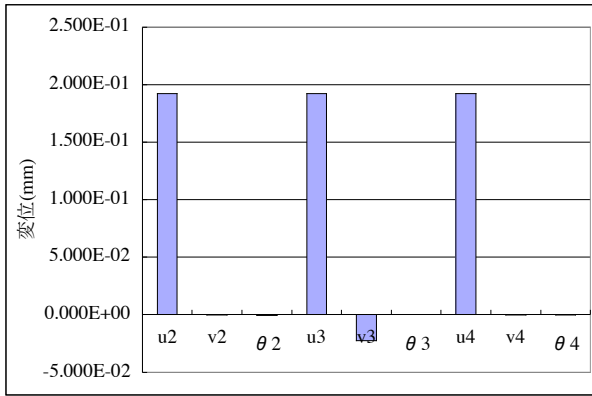


fig.2 応答解析変位

ノルム比較の定式化を次のよう定義する。

各ノルム

$$N = \sqrt{\sum_i^n \left(\frac{\partial z_k}{\partial A_i} \right)_{sen.}^2}$$

$$N_{dif.} = \sqrt{\sum_i^n \left\{ \left(\frac{\partial z_k}{\partial A_i} \right)_{dif.} - \left(\frac{\partial z_k}{\partial A_i} \right)_{sen.} \right\}^2}$$

$$N_{cor.} = \sqrt{\sum_i^n \left\{ \left(\frac{\partial z_k}{\partial A_i} \right)_{cor.} - \left(\frac{\partial z_k}{\partial A_i} \right)_{sen.} \right\}^2}$$

.....(6)

のとき、 $N_{dif.}/N(\%)$ 、および $N_{cor.}/N(\%)$ の値を比較する。

tab.2 設計変数[部材 1]における差分法、その修正後の感度係数比較

tab.3 設計変数変動量 10%のとき

u2,v2,θ2におけるノルム比較

設計変数 変動量	10%	0.10%	設計変数 変動量	10%	0.10%
u2: 差分/感度解析	100.45758%	100.00005%	u2: 修正/感度解析	99.96564%	100.00000%
v2: 差分/感度解析	101.11316%	100.00011%	v2: 修正/感度解析	99.99835%	100.00000%
θ2: 差分/感度解析	101.17498%	100.00012%	θ2: 修正/感度解析	100.77349%	100.00008%
u3: 差分/感度解析	100.45761%	100.00005%	u3: 修正/感度解析	99.96572%	100.00000%
v3: 差分/感度解析	100.78522%	100.00008%	v3: 修正/感度解析	100.01536%	100.00000%
θ3: 差分/感度解析	99.74460%	99.99997%	θ3: 修正/感度解析	99.80859%	99.99998%
u4: 差分/感度解析	100.45764%	100.00005%	u4: 修正/感度解析	99.96580%	100.00000%
v4: 差分/感度解析	99.72767%	99.99997%	v4: 修正/感度解析	98.78331%	99.99988%
θ4: 差分/感度解析	100.56048%	100.00006%	θ4: 修正/感度解析	100.32962%	100.00003%

	u2	v2	θ2
N	8.903E-04	6.010E-07	3.392E-06
Ndif.	4.448E-06	6.559E-09	1.946E-08
Ncor.	4.055E-07	1.410E-09	8.403E-09
Ndif / N	0.49959%	1.09126%	0.57384%
Ncor. / N	0.04555%	0.23462%	0.24777%

tab.3 のノルム比較を見ると、感度係数が大きい u2 では約 10 分の 1 となり、全体として見ると大きく修正できていることがわかる。

tab.2 の値は感度解析により求めた感度係数を 100%としたとき、差分法により求めた感度係数と本研究で提案する方法による修正感度係数の比較である。

tab.2、fig.3 より全体にわたって修正感度係数の方が 100%に近い値になっており、今回提案した精度向上方法により修正できたことがわかる。

軸方向変位、回転角の感度は軸に垂直な方向の変位感度と比べて非常に微小であり、修正できない部分も見られるが、設計する際に及ぼす影響は小さいものと考えられる。

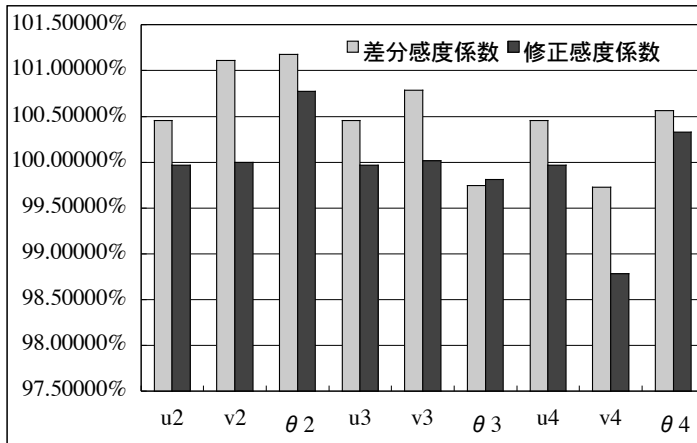


fig.3 設計変数変動量 10%の場合の
差分感度係数および修正感度係数

tab.4 感度解析による感度係数（厳密解）

	部材1 (i=1)	部材2 (i=2)	部材3 (i=3)	部材4 (i=4)
$[\partial u2 / \partial A_i]$	-5.1023E-04	-2.0394E-04	-2.0400E-04	-6.7008E-04
$[\partial v2 / \partial A_i]$	5.8436E-07	9.1373E-08	9.1361E-08	-5.5427E-08
$[\partial \theta 2 / \partial A_i]$	-8.6026E-07	2.3585E-06	7.7219E-07	2.1457E-06
$[\partial u3 / \partial A_i]$	-5.1003E-04	-2.0397E-04	-2.0406E-04	-6.7031E-04
$[\partial v3 / \partial A_i]$	-8.7724E-05	6.1733E-05	6.1755E-05	1.5141E-04
$[\partial \theta 3 / \partial A_i]$	-1.5935E-07	-1.2978E-06	-6.3273E-08	-5.7444E-08
$[\partial u4 / \partial A_i]$	-5.0984E-04	-2.0386E-04	-2.0375E-04	-6.7055E-04
$[\partial v4 / \partial A_i]$	1.2731E-07	-9.1373E-08	-9.1361E-08	3.3263E-06
$[\partial \theta 4 / \partial A_i]$	1.4885E-06	3.6022E-07	1.9462E-06	-1.8483E-06

6. おわりに

本研究では感度係数特性を利用した感度係数修正方法を提案し、その有効性を検討した。

その結果、感度係数精度向上方法は差分法で求めた感度係数が比較的大きい値をとる場合において感度係数の修正をすることが可能であるといえる。