

後退型応力積分法を用いた砂地盤の弾塑性変形解析

長岡技術科学大学 学生会員 ○尾澤知憲
長岡技術科学大学 正会員 大塚 悟
長岡技術科学大学 正会員 山川優樹

1. はじめに

土構造物の設計は変形や極限状態に着目することが多く、弾塑性変形解析はその有用なツールである。しかし、弾塑性変形解析は極限状態の近傍で解が発散・振動し、解析精度が著しく低下するといった問題がある。そこで本研究は、極限状態の近傍でも安定した解析を実施するために、非線形方程式の解法に弧長法、応力積分アルゴリズムに Radial Return Mapping、接線係数に Consistent 接線係数を適用した弾塑性変形解析プログラム (EPFEM) を開発した。本論文では EPFEM を用いて砂地盤の関連・非関連流れ則による支持力解析を実施し、解析の精度・安定性・収束性について考察すると共に、その有用性について検討を行う。

2. 本解析手法の概要

弧長法は非線形方程式の解法の 1 種であり、荷重と変位の両者を未知とし、荷重および変位の増分に制約条件を課し、これらを同時に求める手法である。弧長法は荷重 - 変位関係に「1 対 1」関係が喪失する場合でも安定した解析が可能である。Radial Return Mapping は、応力が繰返し計算過程や収束点において降伏条件を満足し、かつ全ひずみ増分を弾性成分と塑性成分に分離する後退型の応力積分アルゴリズムである。この手法は応力増分の終点で降伏条件を強制するため、比較的大きな増分をとることが可能である。Consistent 接線係数は、応力積分アルゴリズムに整合した接線係数であり、Radial Return Mapping の基礎式を微分することで求められる。Consistent 接線係数を用いることで収束性の早い解析が可能である。

3. 関連流れ則による支持力解析

図 1 に示すような砂地盤に対して、幅 3m の帯基礎の支持力解析を行う。地盤定数はヤング係数 $E=10,000\text{kN/m}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ 、粘着力 $c=10\text{kN/m}^2$ 、せん断抵抗角を $\phi=0\sim 30^\circ$ に変化させて、関連流れ則、平面ひずみ条件、自重なし、8 節点要素を用いて解析を行った。図 2 に荷重 - 変位関係を示す。変位は基礎中央での沈下量である。荷重と変位に「1 対 1」関係が喪失する場合でも収束値が得られている。表 1 に極限支持力について Prandtl の理論解と比較したものを示す。理論解との相対誤差が 1.5% 以下であり、高い精度を有している。図 3 に極限状態でのせん断ひずみ分布図 ($\phi=30^\circ$) を示す。図中の白線は Prandtl が仮定したすべり線である。基礎直下に形成される土楔および受動ランキン帯の傾斜角を比較すると、本解析は Prandtl のすべり線とよく一致している。

キーワード 弾塑性変形解析、弧長法、後退型応力積分法、Radial Return Mapping、Consistent 接線係数

連絡先 〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町 1-1603 長岡技術科学大学 TEL:0258-47-1611(内線 6316) E-mail: ozatomo@stn.nagaokaut.ac.jp

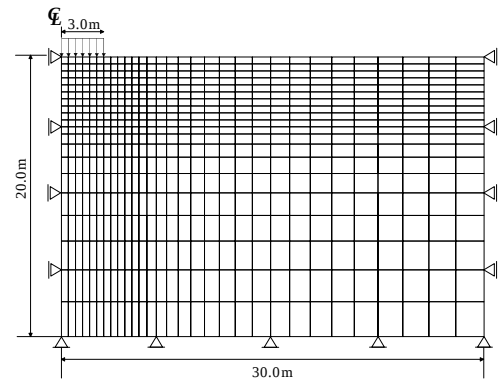


図 1. 有限要素メッシュ (600 要素)

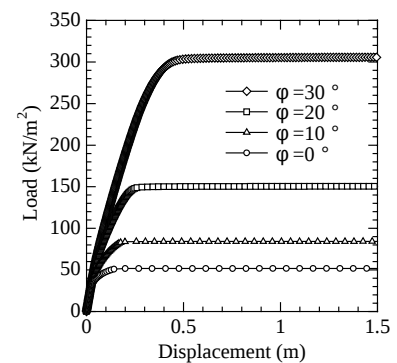


図 2. 荷重 - 変位関係

表 1. 極限支持力の比較 (単位: kN/m^2)

ϕ	本解析	Prandtl	相対誤差
0°	51.7	51.4	0.58%
10°	84.3	83.4	1.07%
20°	150.5	148.3	1.48%
30°	305.8	301.4	1.46%

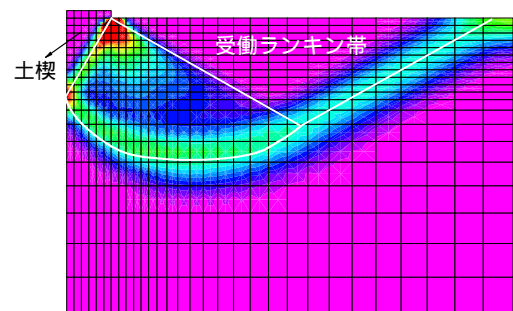


図 3. 極限状態でのせん断ひずみ分布図 ($\phi=30^\circ$)

図 4 に収束性について、速度型接線係数 (Continuum 接線係数) と Consistent 接線係数との比較を示す。ここで、残差ノルムが $1.0E-6$ 以下を満足したとき収束と判定した。Continuum は降伏後、ステップ数と共に繰返し計算数も増大しているが、Consistent はステップ数に対してほぼ一定の繰返し計算数で収束している。以上より、本研究で適用した解析手法により収束性が良く、精度の高い、安定した解析が可能となり、その有用性が確認された。

4. 非関連流れ則による支持力解析

非関連流れ則は塑性ひずみ速度の方向を降伏関数に対して変化させることができるため、関連流れ則よりも実際挙動に近い解析が期待される。ここでは、図 1 と同様の有限要素メッシュを用いて、非関連流れ則による支持力解析を実施し、本解析 (EPFEM) と剛塑性有限要素解析 (RPFEM) との比較を行う。地盤定数はヤング係数 $E=10,000\text{kN/m}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ 、粘着力 $c=10\text{kN/m}^2$ 、せん断抵抗角 $\phi=30^\circ$ 、ダイレイタンシー角を $\phi_d=20 \sim 30^\circ$ に変化させて、非関連流れ則、平面ひずみ条件、自重なし、8 節点要素を用いて解析を行った。ここで RPFEM とは、極限状態について直接解くことで極限支持力と破壊モードを求める解析手法である。図 5 にダイレイタンシー角の差異による極限支持力の変化を示す。 ϕ_d が大きくなる程 EPFEM と RPFEM の差は大きくなる傾向にあるが、概ね一致していることが分かる。図 6, 7 に $\phi_d=20^\circ$ のときの極限状態でのせん断ひずみ分布図 (EPFEM) およびせん断ひずみ速度分布図 (RPFEM) を示す。破壊形態は土楔および受働ランキン帯の形状など両者は非常に良く一致している。よって、本解析手法は非関連流れ則の場合についても精度の高い解析が可能である。また、収束性・安定性に関しては関連流れ則と同様の結果が得られた。

5. まとめ

本研究では弧長法、Radial Return Mapping、Consistent 接線係数を適用した弾塑性変形解析プログラムを開発し、砂地盤の関連・非関連流れ則による支持力解析を実施した。関連流れ則による支持力解析では Prandtl の理論解と、非関連流れ則による支持力解析では剛塑性有限要素解析とよく一致した。また、解析の精度・安定性・収束性について検討し、本解析手法の有用性を確認した。一方、非関連流れ則の場合は、非関連性が強く (せん断抵抗角とダイレイタンシー角の差が大きくなる) となると、解析が不安定となり解が得られなかった。非関連流れ則に関する解析は汎用性について問題が残されており、今後の課題である。

参考文献

- 1) 市川康明：地盤力学における有限要素法入門，日科技連，1990。
- 2) 久田俊明，野口裕久：非線形有限要素法の基礎と応用，丸善，1995，p254～258 (弧長法，Radial Return Mapping，Consistent 接線係数)。
- 3) 日本塑性加工学会：非線形有限要素法，コロナ，1994，p199～206

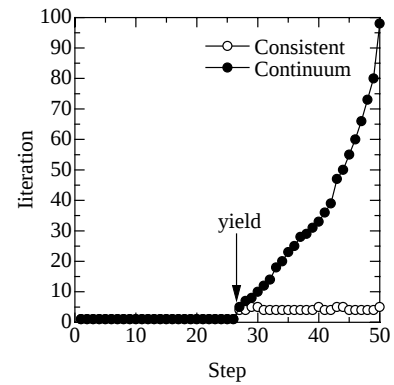


図 4 . 収束性について ($\phi = 0^\circ$)

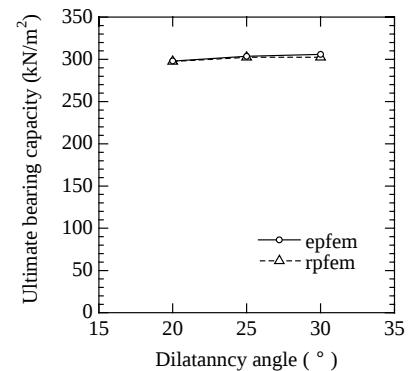


図 5 . ϕ_d の差異による極限支持力の変化

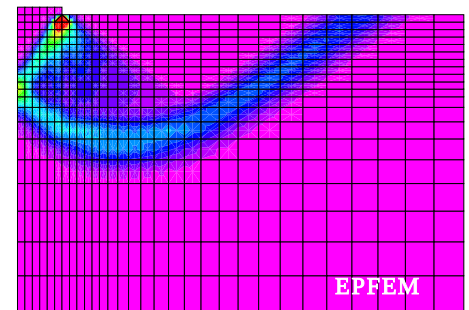


図 6 . 極限状態でのせん断ひずみ分布図 ($\phi_d=20^\circ$)

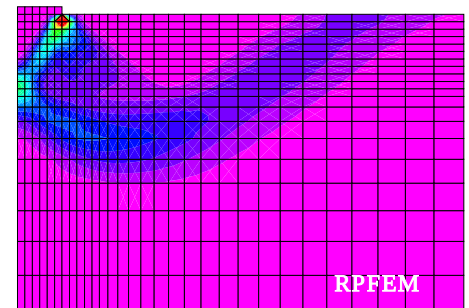


図 7 . 極限状態でのせん断ひずみ速度分布図 ($\phi_d=20^\circ$)