# (Ⅲ－13)　面内・面外荷重下における円形介在物を有する粘弾性体の解析

山梨大学大学院　○学生会員　桂　千代
山梨大学大学院　学生会員　宮川　睦巳
山梨大学工学部　正会員　平島　健一

## 1. 緒言

放射性廃棄物の処分場などの地下構造物を建設する際、その建設位置等を決定するのに重要な要因の一つとして岩盤に作用している初期応力が挙げられる。それは初期応力の大きさや方向、さらには長期挙動が把握できれば、構造物のより合理的で経済的な設計、施工が可能になると考えられるからである。

初期応力を求める方法として、埋設型の計測装置を用いたオーバーコアリング法が挙げられるが、これまでには、２次元面内・面外荷重下における円形弾性介在物を有する弾性問題の解析解に基づいた計測理論が確立されている。しかし、粘弾性挙動が卓越する岩盤などに対して、初期応力測定法を適応するためには媒体を粘弾性体とした計測理論を確立する必要がある。

本研究では、そのような場合の計測理論を構築するための最初の段階として、円形弾性介在物を有する線形粘弾性媒体を対象とし、十分遠方からの三次元荷重等が作用する問題の時間経過を伴う変形挙動の解析解を求める。ここでは、粘弾性解を得る方法として、弾性体と線形粘弾性体の間に成立する対応原理を用いる。

## 2. 解析方法

図１のように無限に拡がった粘弾性媒体に円形弾性介在物が存在し、無限遠で一様な面内荷重が作用する問題を考える。まずはじめに、円形弾性介在物を有する等方性弾性媒体の問題に対して複素応力関数を用いると、式(1)に示す解析解が得られる。

次に、粘弾性解を求めるためには、粘弾性体の解析解は弾性解をラプラス逆変換したものと等しいという対応原理を適用する。つまり、対象とする問題の弾性厳密解に現れるせん断弾性係数Gまたは弾性係数E、およびポアソン比νは各々の粘弾性モデルに従った適切な置き換えを行い、ラプラス逆変換をすることによって粘弾性問題に対する厳密解を導出することができる。

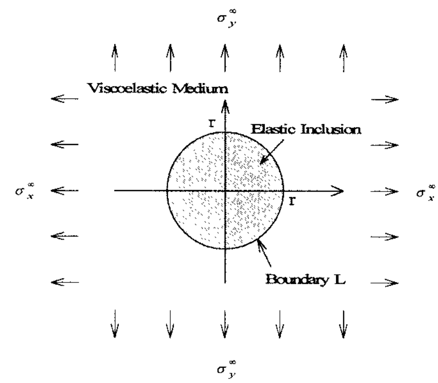


図１　円形弾性介在物を有する粘弾性体

$$
\left.
\begin{aligned}
&\sigma_r^{(k)}+\sigma_\theta^{(k)}+i\frac{8G_k}{\kappa_k+1}\tilde{\omega}^{(k)}=4\Phi_k^I(z)\,,\\
&\sigma_r^{(k)}+\sigma_\theta^{(k)}=\sigma_x^{(k)}+\sigma_y^{(k)}\,,\\
&\sigma_\theta^{(k)}-\sigma_r^{(k)}+2i\tau_{r\theta}^{(k)}=\left(\sigma_y^{(k)}-\sigma_x^{(k)}+2i\tau_{xy}^{(k)}\right)e^{2i\phi}\\
&\qquad=2\left\{\overline{\omega(z)}\Phi_k^{II}(z)+\Psi_k^{II}(z)\right\}e^{2i\phi}\,,\\
&u_r^{(k)}-iu_\theta^{(k)}=\left(u_x^{(k)}-iu_y^{(k)}\right)e^{i\phi}\\
&\qquad=\frac{1}{2G_k}\left[\kappa_k\overline{\Phi_k(z)}-\left\{\overline{\omega(z)}\Phi_k^I(z)+\Psi_k^I(z)\right\}\right]e^{i\phi}.
\end{aligned}
\right\}\quad(1)
$$

ところで粘弾性問題に対する解析解を導出するためには、予め粘弾性モデルを決定する必要があり、基本的なモデルとしてはMaxwell モデルと Kelvin モデルが挙げられる。Maxwell モデルは２定数流体を表すモデルで、Kelvin モデルは２定数固体モデルを表すモデルである。一方、図２に示すBurgers モデルはMaxwell モデルと Kelvin モデルを組み合わせたものとなっており、これらよりも一般的なモデルである。本研究では、偏差成分に関してはBurgers モデル、また体積成分に関しては Elastic モデルを使った Burgers-Elastic モデルを採用する。ここに、図２における $G_1, G_2$ は弾性係数、$\eta_1, \eta_2$ は粘性係数である。また、

キーワード：粘弾性問題、対応原理、円形介在物、三次元荷重
連絡先：山梨県甲府市武田 4-3-11　山梨大学工学部土木環境工学科　平嶋研究室

荷重条件としては時刻 t=0 で荷重が作用し、そのまま一定に保たれるような Heaviside のステップ型荷重とする。

## 3．数値計算例

$\sigma_x^\infty = 1.0$ , $\sigma_y^\infty = \tau_{xy}^\infty = 0$ を作用させた面内荷重問題の場合、弾性媒体における応力分布を図３に、粘弾性媒体における応力分布を図４に、また合成変位を図５に示す。

ここに、介在物のせん断弾性係数、媒体の粘弾性係数を以下のように設定する。

$$\left.\begin{aligned} G_I &= 3.4e+4\ GPa, \\ G_1 &= 2.07e+5\ GPa, \\ G_2 &= 6.90e+5\ GPa, \\ \eta_1 &= 4.83e+8\ GPa\cdot\mathrm{min}, \\ \eta_2 &= 5.73e+10\ GPa\cdot\mathrm{min}. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

## 4．結果と考察

粘弾性体に荷重が載荷された瞬間（この場合はｔ＝０）の媒体内での力学的変動は、弾性体に対するものと一致するはずである。一方、図３における $\tau_{\max}/\sigma_x^\infty = 0.55$ の等高線図と図４における 0Day、すなわち t=0 の等高線とが一致していることから、ここで得られた粘弾性媒体に対する解析解が正しいものであると判断できる。また、図５から載荷応力は一定であるのが、時間の増加に伴って変位が増大しており、粘弾性媒体の特性を表していることがわかる。

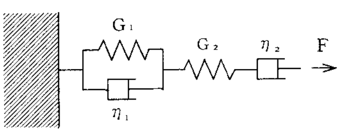


図２　Burgers Model

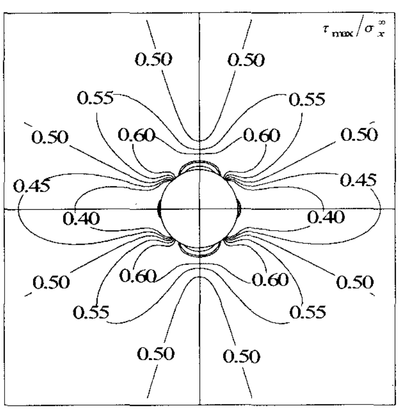


図３　媒体を弾性体とした場合の $\tau_{\max}/\sigma_x^\infty = 0.55$ 分布

## 5．結論

本研究では、粘弾性挙動を有する岩盤などに対する初期応力の計測理論を構築することを目的として、弾性円形介在物を有する等方性の粘弾性媒体に面内、および面外荷重が作用する問題に対して解析解を導出し、さらにいくつかの数値計算を行った。また、材料の特性を考慮する際、その力学挙動を表現する様々な型の粘弾性モデルがあるが、ここでは Maxwell, Kelvin, Standard モデルを特別な場合として包含した Burgers モデルを採用とした。

面外荷重問題やその他の場合については講演会当日に発表する。

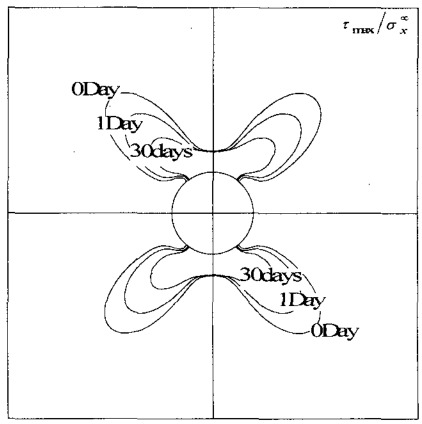


図４　$\tau_{\max}/\sigma_x^\infty = 0.55$ の時間変化挙動

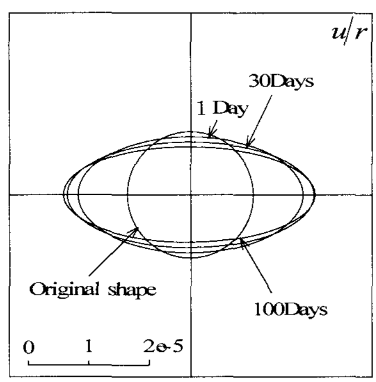


図５　媒体を粘弾性とした場合の変位挙動