

(I-70) 安定化有限要素法を用いたLESによる地形風数値解析

中央大学 学生員 ○ 山崎 佳恵
(株) テブコシステムズ 正会員 本郷 拓人
中央大学 正会員 檜山 和男

1. はじめに

数値解析において、要素形状が解析結果に大きく影響を与えることは周知の事実である。特に地形風のような複雑な実地形の解析においては、三角形や四面体などの非構造格子の方が、四角形や六面体などの構造格子に比べて地形をより忠実に表現できる。

そこで本報告は、前者に属する $P1/P1$ (流速・圧力一次補間) 要素を用いて、地形風解析のための数値解析手法の構築を目指した。支配方程式には LES に基づく $Navier-Stokes$ 方程式を用い、離散化手法には安定化有限要素法¹⁾を適応した。数値解析例として、単純地形モデル (平板と30度の勾配を有する谷) を過ぐる地形風の挙動を解析し、風洞実験結果と比較することで本解析手法の有効性を検討した。付随して、構造格子に属する $Q1/P0$ (流速双一次/圧力区分0次) 要素による解析結果²⁾とも比較した。

2. LESの基礎方程式

非圧縮粘性乱流に対する LES の基礎方程式には、フィルタリングされた $Navier-Stokes$ 運動方程式と $Euler$ の連続式を用いる。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \bar{u}_{i,j} + P_{,i} = \left(\frac{1}{Re} + \nu_{SGS} \right) \bar{u}_{i,jj} \quad (1)$$

$$P = \bar{p} + \frac{2}{3} k_{SGS} \quad (2)$$

$$\bar{u}_{i,j} = 0 \quad (3)$$

ここで、 $_{,i}$ は i 方向の偏微分、 $\bar{u}_i$ は i 方向のフィルタリングされた流速、 $\bar{p}$ はフィルタリングされた圧力、 Re はレイノルズ数、 ν_{SGS} は SGS の渦粘性、 k_{SGS} は SGS の乱流エネルギーを表す。 SGS の渦粘性 ν_{SGS} には以下に示す $Smagorinsky$ 渦粘性モデルを用いた。

$$\nu_{SGS} = (C_S \Delta)^2 \bar{S}^{1/2} \quad (4)$$

$$\bar{S} = \bar{u}_{i,j} (\bar{u}_{i,j} + \bar{u}_{j,i}) \quad (5)$$

C_S は $Smagorinsky$ 定数、 Δ は粗視化スケールである。

式(1)、式(3)について空間方向に $P1/P1$ 要素を用いた $SUPG/PSPG$ 法に基づく安定化有限要素法¹⁾を、時間方向に $Crank-Nicolson$ 法を用いて離散化すると、次の有限要素方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & (M + M_\delta) \frac{u_i^{n+1}}{\Delta t} + \frac{1}{2} \left\{ (K(u_j^n) + K_\delta(u_j^n)) u_i^{n+1} \right. \\ & \left. + \left(\frac{1}{Re} + \nu_{sgs} \right) S u_i^{n+1} \right\} - (C - C_\delta) P^{n+1} = b_i^n \quad (6) \end{aligned}$$

KeyWords: 地形風, LES , 安定化 FEM
〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27
TEL. 03-3817-1815, FAX. 03-3817-1803

$$\begin{aligned} & C^T u_i^{n+1} + M_\varepsilon \frac{u_i^{n+1}}{\Delta t} \\ & + \frac{1}{2} K_\varepsilon (u_j^n) u_i^{n+1} + C_\varepsilon P^{n+1} = d_i^n \quad (7) \end{aligned}$$

ここで、 M, K, C, S は係数行列であり、添字 δ, ε は $SUPG$ 項、 $PSPG$ 項に起因するものである。また、 b_i^n, d_i^n は運動方程式と連続式の既知項をまとめたものである。

3. 解析条件

本報告では、平板と30度勾配の谷における風の挙動を $P1/P1$ 要素を用いて解析し、中立の条件で行われた風洞実験結果、 $Q1/P0$ 要素による解析結果との比較・検討を行う。図-1に谷の解析に用いた有限要素分割図を示す。両解析とも最小メッシュ幅は $0.04L$ (L は谷の深さ) であり、閉塞率は10%とした。境界条件は上面で $slip$ 条件、下面で $non-slip$ 条件とし、流入条件は風洞実験で得られた主流方向平均速度の鉛直方向分布を与えた。計算条件は微小時間増分量 $\Delta t = 0.002$ 、レイノルズ数 $Re = 27,300$ 、 $Smagorinsky$ 定数 $C_S = 0.1$ とした。本手法のメッシュ依存性を検討するために、 $case1, case2$ の格子を用いた。 $case1$ は四角形の対角線長さが最短となるように形成した格子である。

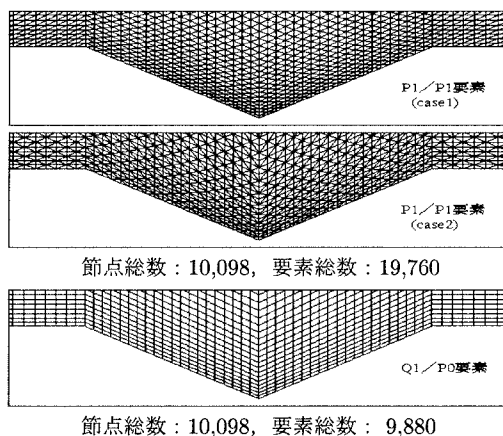


図-1 有限要素分割図 (谷近傍)

4. 解析結果

(1) 平板の流れ解析

図-2に u 成分の風速分布図を示す。地表面近傍において、数値解析による風速が実験結果に比べ減少している。この原因の1つとして、粗い計算格子を用いたことによる、 $non-slip$ 条件の影響が考えられる。また流出口付近では、計算領域中央付に比べて解析風速がさらに減少するのに対し、実験結果では風速が回復している。これは風速測定領域後方でラフネスブロック等

の影響が弱まっているためと思われる。数値解析結果だけに着目すれば、地表面近くで $P1/P1$ 要素による解析結果は、 $Q1/P0$ 要素の結果よりも若干減少している。

図-3に各要素ごとの流出口付近の rms 値を示す。図より数値解析では乱れが十分に再現されていないことがわかる。これは流入条件として主流方向平均速度の鉛直勾配のみしか与えていないためである。それ故、図-2に見られるように平均速度勾配が減少しているとも考えられる。

(2) 30度の勾配を有する谷の流れ解析

図-4に $case1, case2$ を用いた場合の等圧力線図を示す。図より $case2$ では圧力振動が生じ、 $P1/P1$ 要素の場合では要素形状への依存性が強いことがわかる。そこで以下については $case1$ の格子を用いた。

図-5, 6に風速ベクトル図と流線図について、解析結果と実験結果の比較を示す。実験に比べ数値解析では谷間に発生する循環流の風速が大きく、渦のスケールも大きいものとなっている。それに伴い、谷間の上流側で渦が形成されている。また渦の中心位置は実験結果では谷間の中心にあるのに対し、解析結果では下流側になっている。各要素による解析結果に注目すれば、若干ではあるが $P1/P1$ 要素による結果の方が渦スケールが小さく、実験結果に近いといえる。

5. おわりに

本報告では $P1/P1$ 要素を用いて LES による地形風数値解析を行い、風洞実験結果と $Q1/P0$ 要素による解析結果と比較し以下の結論を得た。

- 平板の解析では、 $non-slip$ 条件の影響、また乱流の2次の統計量を再現していないため、実験に比べ地表面近傍の風速が減少していると考えられる。
- 谷の解析においては、実験に比べ谷間に発生する渦のスケールが大きく、循環も強いものとなっている。
- 両解析手法による結果には、大きな違いが見られなかった。ただし、 $P1/P1$ 要素の場合には、要素形状の依存性が大きいことが明らかとなった。

平板の解析において、地表面近傍での風速の減少を少なくするためには、より細かな計算格子を使用するか2次の統計量を再現する必要があると思われる。また谷の解析については渦の循環が強く、更なる検討が必要である。今回用いた単純地形モデルにおいて、解析結果に大差がないこと、また計算時間が $Q1/P0$ 要素の3倍ほど要することから、本手法の有効性の判断は難しい。

参考文献

- 1) T.E.Tezduyar, S.Mittal, S.E.Ray and R.Shih 'Incompressible flow computations with stabilized bilinear and linear equal-order-interpolation velocity-pressure elements', *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 95, pp221-242, 1992
- 2) 本郷拓人, 榎山和男, 近藤宏二, "流入変動風を用いた LES による地形風有限要素解析", 第56回年次学術講演会講演概要集, pp750-751, 2001.

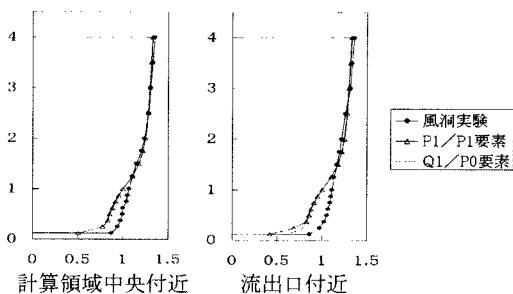


図-2 風速分布図

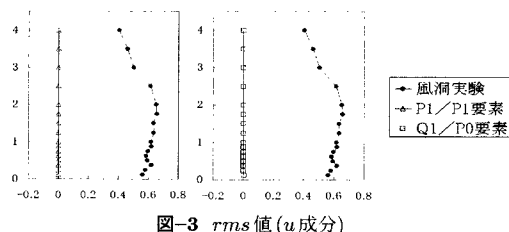


図-3 rms値(u成分)

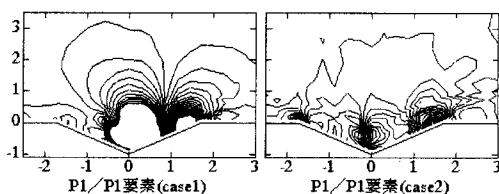


図-4 等圧力線図の比較

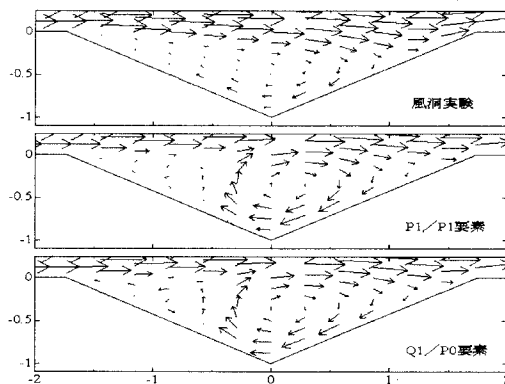


図-5 風速ベクトルの比較

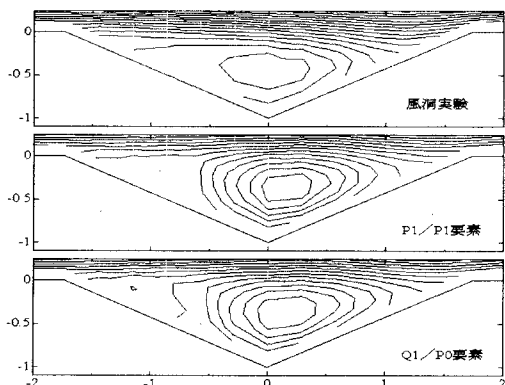


図-6 流線の比較