

(I-17) 平板理論を用いた均質化法による道路舗装体の有限要素解析

中央大学 学生員 ○伊田徹士
清水建設(株) 正会員 石川俊明
鹿島建設(株) 正会員 宇尾朋之
中央大学 正会員 樫山和男

1. 目的

これまで道路舗装体の応力解析手法としては、本来複合材料であるアスファルト混合物を要素平均によって単一材料とみなすことが主流であったため、内部に介在する個々の材料の特性を考慮することが困難であった。また、解析対象を厳密にモデル化した3次元解析において、計算にかかるコストは膨大なものになる事が多い。

そこで本報告では、一般的な平板理論において面外方向の積層構造を考慮できる複合平板理論¹⁾に着目し、さらに内部微視的構造の特性を考慮できる均質化法²⁾³⁾を適用して道路舗装体をモデル化した解析手法を提案する。数値解析例として、道路舗装体モデルのFWD試験数値シミュレーションを取り上げ、実験値及び3次元解析結果との比較により、本手法の妥当性と有効性について検討する。

2. 基礎方程式と均質化法

線形弾性体の支配方程式は次式である。

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_j = 0 \quad (1)$$

ここで σ_{ij} は応力、 f_j は物体力である。また、材料構成式は次式で与えられる。

$$\sigma_{ij} = \bar{D}_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (2)$$

$$[\bar{D}] = \int_{-t/2}^{t/2} [D] dy_3 \quad (3)$$

ここで $\bar{D}_{ijkl}$ は積層理論に基づく弾性テンソル、 ε_{kl} はひずみを表している。以上より仮想仕事の原理式は次式のように得られる。ただし、本解析では物体力 f_i を考慮していない。

$$\int_{\Omega} \bar{D}_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} d\Omega = \int_{\Gamma_t} t_i v_i d\Gamma_t \quad (4)$$

次に、均質化法を導入する。均質化法では、対象とする巨視的構造がある周期微視構造を持っていると仮定している。この巨視的構造と微視的構造の間に成り立つパラメータ（特性変位関数）を定めることで、微視的構造を考慮した巨視的構造の弾性テンソルを決定し、その結果から微視的構造や巨視的構造の断面力が得られる。また、微視的構造と巨視的構造は互いに独立した座標系をもち、その関係はスケール比を表すパラメータ ε を介して次式で表される。

$$\varepsilon = \frac{x}{y} \quad (5)$$

ここで、 x は巨視的構造の座標系、 y は微視的構造の座標系を示す。このスケール比 ε に関して、変位 $u^\varepsilon(x, y)$ を漸近展開の形で表すと次式のようになる。

$$u^\varepsilon(x, y) = u^0(x, y) + \varepsilon u^1(x, y) + \varepsilon^2 u^2(x, y) + \dots + \varepsilon^n u^n(x, y) \quad (6)$$

$$u^0(x, y) = u^0(x) \quad (7)$$

上式を仮想仕事の原理式に代入し整理すると、最終的な微視的方程式と巨視的方程式は次式のように分離することが出来る。

微視的方程式

$$\int_Y \bar{D}_{ijkl} \frac{\partial \chi_k^{mn}}{\partial y_l} \frac{\partial v_i^1}{\partial y_j} dY = \int_Y \bar{D}_{ijkl} \frac{\partial v_i^1}{\partial y_j} dY \quad (8)$$

微視的構造の方程式(式(8))が唯一の解を持つと仮定すると、微視的な変位 $u_k^1(x, y)$ は次式のように表される。

$$u_k^1(x, y) = -\chi_k^{mn}(x, y) \frac{\partial u_m^0(x)}{\partial x_n} + \tilde{u}_k^1 \quad (9)$$

上式の $\tilde{u}_k^1$ は任意関数、 $\chi_k^{mn}(x, y)$ は特性変位関数と呼ばれるもので、微視的な変位の乱れを表している。

巨視的方程式

$$\int_Y D_{ijkl}^{\alpha} \frac{\partial u_k^0}{\partial x_l} \frac{\partial v_i^0}{\partial x_j} d\Omega = \int_{\Gamma_t} t_i v_i^0 d\Gamma_t \quad (10)$$

$$D_{ijkl}^{\alpha} = \frac{1}{|Y|} \int_Y \left(\bar{D}_{ijkl} - \bar{D}_{ijmn} \frac{\partial \chi_m^{kl}}{\partial y_n} \right) dY \quad (11)$$

ここで、 D_{ijkl}^{α} は積層平板において α 層番目の均質化弾性テンソルであり、巨視的弾性係数とみなすことが出来る。

3. 複合平板理論の導入

巨視的構造の平板が、2層重なり合っているとする。上から α ($\alpha = 1, 2$) 層の巨視的構造における均質化された弾性テンソルは式(11)のようになる。複数の巨視的構造が存在するということは、本来の均質化理論に基づく、それぞれの巨視的構造における座標系を用意してはじめてから定式化する必要がある。しかし、ここでは全ての巨視的構造のサイズが同じとし、さらにはその内部に混在する微視的構造のサイズも同じであることとする。この条件下では複合平板理論を用いることが可能であり、2層目のための新たな座標系を用意することなく、 x と y の二つの座標系のみで簡単に各物性値を求めることができる。以下に、複合化された均質化弾性テンソルを示す。

$$D_{ijkl}^H = D_{ijkl}^{H1} + D_{ijkl}^{H2} + D_{ijkl}^{H\alpha} \quad (12)$$

ここで D_{ijkl}^{H1} は表層の均質化弾性テンソル、 D_{ijkl}^{H2} は路盤の均質化弾性テンソルである。また、 $D_{ijkl}^{H\alpha}$ は D_{ijkl}^{H1} 、 D_{ijkl}^{H2} 及び2層の結合状態で決まる。層1と層2が完全に密着している状態を「Bond」状態、そして、密着していない状態を

Key Word: 平板理論, 均質化法, 道路舗装体, 有限要素法, 実画像モデル
〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27
TEL 03-3817-1815, FAX 03-3817-1803

「Unbond」状態と呼ぶ。もしUnbond状態ならば D_{ijkl}^{Ha} は[0]である。Unbond状態においては、それぞれの平板の厚さ方向の変形を独立に扱えるように、重なり合う上下の層で2次元に同じ座標値を持つ節点はリンク要素によって結合されている。リンク要素とはIoannidesらによって提案された剛性をもつ要素である。第 α 層と第 $\alpha+1$ 層の境界面に存在するリンク要素の剛性 $k_{L\alpha}$ は式(13)のようになる。

$$k_{L\alpha} = \frac{k_{\alpha} \cdot k_{\alpha+1}}{k_{\alpha} + k_{\alpha+1}} \quad (13)$$

$$k_{\alpha} = \frac{2\bar{E}_{\alpha}(1-\bar{\nu}_{\alpha})}{h_{\alpha}(1-\bar{\nu}_{\alpha}-2\bar{\nu}_{\alpha}^2)}$$

ここで、 $\bar{E}_{\alpha}$ 、 $\bar{\nu}_{\alpha}$ は第 α 層においての体積平均した弾性係数及びポアソン比である。そして、結合状態を考えると、最終的に材料構成式は以下のように示される。

◆Bonded layer

重ね合わせの際に起こる中心軸の移動による軸力の発生を考慮する必要がある。

$$\sigma_{ij}^{\alpha} = \left(\frac{6}{h_{\alpha}^2} + \frac{12C_i}{h_{\alpha}^3} \right) M_{ij}^{\alpha} \quad (14)$$

ここで、 h_{α} は第 α 層においての板厚、

$$C_1 = -E_2 h_2 \frac{h_1 + h_2}{2(E_1 h_1 + E_2 h_2)}$$

$$C_2 = E_1 h_1 \frac{h_1 + h_2}{2(E_1 h_1 + E_2 h_2)}$$

であり、 E_1, E_2 はそれぞれの層での弾性係数である。

◆Unbonded layer

それぞれの層における要素はリンク要素で結合されている。巨視的構造における応力は以下の式で示される。

$$\sigma_{ij}^{\alpha} = \frac{6}{h_{\alpha}^2} M_{ij}^{\alpha} \quad (15)$$

4. 数値解析

(1) 数値解析例

数値解析例として、図-1-④に示す道路舗装モデル(巨視的構造)のFWD試験数値シミュレーション(円形載荷49KN)を取り上げ、たわみ量について実験値、3次元解析との比較を行った。道路舗装モデルの有限要素分割は節点数16714、要素数16150である。微視的構造には実画像モデル⁴⁾(図-1-③)を用いた。節点数1681、要素数1600である。巨視的構造は、対象性を利用して1/4モデルを使用している。路床には地盤パネモデルを使用した。表-1に、本解析で用いた材料定数を示す。

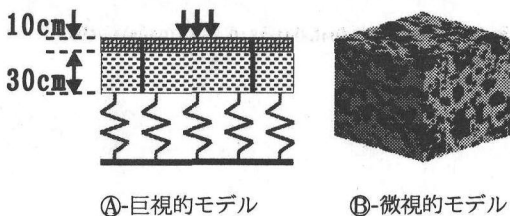


図-1 解析モデル

表-1 材料定数

材料(表層,路盤)	$E(MPa)$	ν
骨材(49.1%)	201.0	0.21
アスファルトモルタル(50.9%)	0.294	0.17
材料(路床)	$E(MPa)$	ν
関東ローム	16.0	0.35

(2) 解析結果

図-2は、実験値、平板解析、3次元解析の結果の比較である。平板解析、3次元解析、ともに妥当な解が得られ実験値と良い一致を示している。特にBond状態ではよい精度を示し、Unbond状態では他に比べて目地以降の剛性の低下が見られる。また計算負荷を比較すると、本手法(Bond状態)では実行ファイルサイズが66MB、計算時間が1285秒、3次元解析では実行ファイルサイズが799MB、計算時間が7859秒である。本手法は3次元解析に比べて計算コストの面で有利であるといえる。

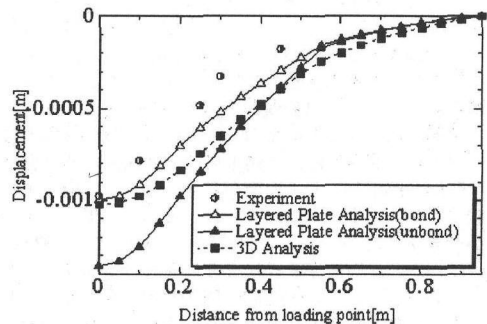


図-2 実験結果との比較

5. まとめ

本報告では複合平板理論に均質化法を適用し、実験値及び3次元解析との比較により、以下の結論を得た。

1. 解析結果は妥当な結果を示し、特にBond状態では実験値にも良い一致を示している。
2. 本手法は3次元解析に比べて、計算負荷の点で大変有効的である。

今後の課題として、支配方程式として運動方程式を採用した、動的問題に本手法を適用していく予定である。

参考文献

- 1) 西澤辰男, 福手 勤, 国分修一; 弾性平板FEMに基づくコンポジット系舗装の解析法に関する研究, 土木学会論文集 No.613/V-42, pp237-247, 1999.2
- 2) 宇尾朋之, 榎山和男; 均質化法によるアスファルト混合物の粘弾性解析, 計算工学講演会論文集 Vol.2, pp1111-1114, 1997. 5
- 3) 石川俊明, 宇尾朋之, 榎山和男; 均質化法を用いた複合平板解析の有効性に関する一考察, 第49回理論応用力学講演会講演論文集, pp35-36, 2000
- 4) 筧 貴明, 榎山和男, 宇尾朋之; 実画像データを用いたアスファルト混合物の均質化粘弾性解析, 第50回理論応用力学講演会講演論文集, pp259-260, 2001