

足利工業大学大学院 ○ 学生会員 石山竜太郎
足利工業大学 正 会 員 末武 義崇

1. はじめに

近年、要素分割を必要としない新しい数値解析手法として、エレメントフリー法 (EFGM) が注目されている。既往の EFGM の中では、移動最小二乗法に基づく EFGM¹⁾ が最も著名であるが、筆者らは、既に Lagrange の多項式に基づく新たな EFGM²⁾ を考案している。さらに、構築した EFGM を、面内にせん断力を受ける薄板のせん断座屈解析に適用し、有限要素法 (FEM) との比較を通じてその有用性を定量的に明らかにした。特に、初期たわみの形状が解析結果に与える影響について定量的な検討を行った。

2. Lagrange 多項式に基づく EFGM

詳細については既に報告済み²⁾であるため、ここでは定式化の主な特徴を述べるにとどめる。有限要素法 (FEM) では、固定したサポート領域として“要素”をあらかじめ設定するのに対し、EFGM では、各評価点に付随して移動するサポートを設定するため、“要素”の概念は不要となる。また、Lagrange 多項式を用いることによって、節点値を直接の未知量とすることができ、基本境界条件を直接かつ厳密に評価することが可能となる。

3. 解析方法

図 1 および図 2 に示すような、面内せん断を受ける周辺単純支持平板を解析対象とし、せん断後座屈挙動の解析を行った。解析モデルについては、無次元化初期たわみ ω_0 の形状が図 1 のような 2 方向余弦半波の形状となる場合、および図 2 に示す座屈モード形状³⁾となる場合の 2 つのモデルを用いた。

EFGM の数値計算にあたっては、総節点数を $11 \times 11 = 121$ とし、縦横比 $b/a=1$ 、幅厚比 $t/a=0.02$ 、Poisson 比 $\nu=0.3$ 、中央点の初期たわみを $\omega_0/t=0.01$ とした。変化させたパラメータは、サポート領域の大きさ ρ 、Gauss 積分次数、セル総数の 3 つであり、それぞれ表 1 に示した値を用いて数値計算を実施した。適用した境界条件は、薄板周辺でたわみ、曲げモーメント、および境界に直行する方向の面内変位をそれぞれゼロとした。非線形計算に際しては、図 1 および図 2 の点 Q における x 方向変位 u を制御パラメータとする変位増分法を用い、各増分区間に Newton 法のアルゴリズムに従った収束計算を実施した。収束判定については、反復計算の際に得られる不平衡力ベクトルの大きさが、変位増分に対応する増分荷重の 0.1% 未満になるまでとした。

本研究では、比較のために FEM 解析についても実施したが、次に FEM の解析条件について述べる。解析に際しては、汎用解析プログラム MARC を使用し、要素タイプとして 8 節点薄肉線形シェル要素を用いた。要素分割数は 100 分割とした。EFGM および FEM とともに、最終的な変位量を $u/a=0.0025$ とし、総ステップ数を 50 あるいは 100 と変化させて計算を行った。

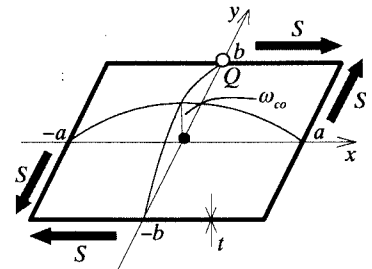


図 1 余弦半波の初期たわみを有する正方形板

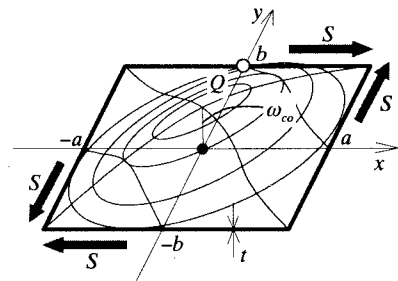


図 2 座屈モードの初期たわみを有する正方形板

表 1. 各パラメータの数値

	パラメータの数値	
初期たわみの形状	余弦半波	座屈波形
ρ	0.6~1.4	0.6~1.4
Gauss 積分次数	2~10	3, 5, 8, 10
セル総数	5×5, 10×10	5×5, 10×10

キーワード：エレメントフリー法、Lagrange 多項式、有限変位解析、せん断座屈、初期たわみ

連絡先：栃木県足利市大前町 268-1 足利工業大学 TEL：0284-62-0605 FAX：0284-64-1061

4. 解析結果および考察

解析結果を図3～図6に示す。図は横軸に板の中央点のたわみを板厚で割って無次元化したたわみ ω_c 、縦軸に周辺のせん断力をせん断座屈荷重 Γ で割って無次元化した荷重 Γ をそれぞれとって図示したものである。また、図中の「余弦」は初期たわみが余弦半波のモデル、「座屈」は座屈モードのモデルをそれぞれ表している。比較対象としたFEM解析結果についてもそれぞれ図中に示した。

図3は、増分幅が解析に及ぼす影響を示す計算結果であり、サポートパラメータを $\rho=1.0$ 、Gauss積分次数を10、セル総数を $10 \times 10=100$ でそれぞれ一定とした場合である。図から明らかなように、EFGM解析結果 Γ の増分幅を大きくすると、余弦半波モデルでは不安定な後座屈経路しか得られないのに対し、座屈モードモデルでは増分幅が小さくても安定した数値解が得られている。増分幅が小さい場合には、両者に大きな違いは見られず、良好な数値解が得られてた。

図4は、総ステップ数を100、Gauss積分次数を10、セル総数を100でそれぞれ一定とし、サポートパラメータ ρ の影響について図示したものである。図から、初期たわみ形状の違いが ρ の変化に伴って解析結果に及ぼす影響は認められず、両者共に $\rho=1.0$ のときに比較的良好な座屈荷重および後座屈経路が得られている。また、初期たわみ形状に依らず、 ρ の値を大きく設定すると不安定な経路が得られている様子もわかる。

図5は、Gauss積分次数の影響を示す解析結果であり、ステップ数を100、サポートパラメータを $\rho=1.0$ 、セル総数を100でそれぞれ一定とした。図から明らかなように、余弦半波モデルではGauss積分次数が低いと安定した経路が得られないのに対し、座屈モードモデルでは安定した数値解が得られている。また、積分次数を8以上に設定すれば、両者共に座屈荷重および後座屈経路について、良好な数値解が得られている。

図6は、セル総数の影響を示す解析結果であり、ステップ数を100、サポートパラメータを $\rho=1.0$ 、Gauss積分次数を8でそれぞれ一定とした。図から、いずれの初期たわみ形状の場合にも、セル総数の違いが解析結果に及ぼす影響は認められない。

なおFEM解析結果については、EFGM解析に比べて座屈荷重を高めに近似していることがわかる。また、後座屈経路については、変形が増大するにつれてFEMとEFGMとで全く異なった変形経路を辿ることがわかる。

5. まとめ

本研究では、Lagrange多項式に基づくEFGMを、面内せん断力を受ける薄板の座屈解析に適用し、特に初期たわみの形状が解析結果に与える影響について検討を試みた。各種パラメータを変化させ解析を実施した結果、増分幅およびGauss積分次数については、座屈モードモデルが余弦半波のモデルよりも安定した後座屈経路を与えていることがわかった。しかしながら、サポートパラメータ ρ およびセル総数についてはほとんど影響がなく、どちらの初期たわみ形状でも同様の傾向を示すことが明らかになった。FEMとの比較結果では、座屈荷重についてはEFGMおよびFEM共に比較的良好な近似解が得られているものの、後座屈経路については両者異なった解析結果が得られた。

参考文献

- 1) T. Belythshko, T. et al.: Element-free Galerkin methods, Int. J. for Numer. Meth. Engrg., Vol. 37, pp. 229-256, 1994.
- 2) 末武: Lagrange多項式を用いた薄板のエレメントフリー有限変位解析, 計算工学会講演会論文集, Vol. 4, pp. 55-58, 1999.
- 3) 伊藤文人: 構造安定論, 技報堂出版株式会社, pp. 212-214, 1989.
- 4) 長柱研究委員会: 弾性安定要覧, コロナ社, 1967.

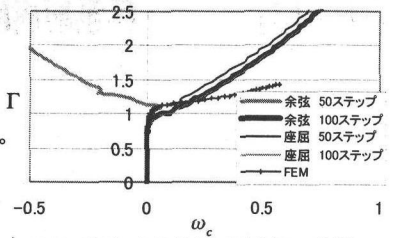


図3 荷重-変位曲線 (増分幅の影響)

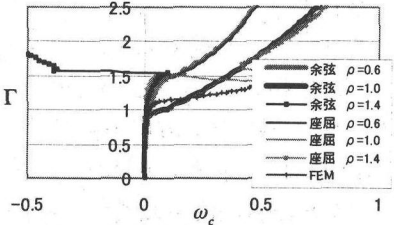


図4 荷重-変位曲線 (ρ の影響)

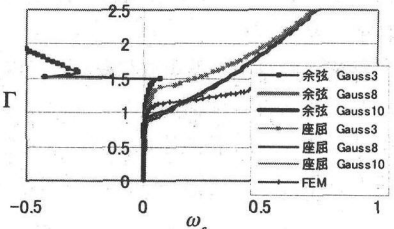


図5 荷重-変位曲線 (Gauss積分の影響)

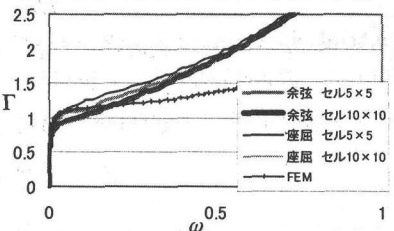


図6 荷重-変位曲線 (セル総数の影響)