

1. 序 論: 密度が異なる流体の境界面では、様々な原因によって内部波が発生し得る。沿岸域に伝播した内部波は、水質環境や漁場形成に影響するのみならず、底面流速を単一密度流問題から変化させ、底質の移動にも影響を与えるであろう。本研究の目的は、斜面上を run-up/down する内部波を対象とし、個々の波の挙動を数値解析によって再現することである。そのために、流体の各層で成立する非線形方程式系を透水層内の流体運動を支配する方程式系に拡張した。そして、遡上域に仮想的な透水層を設け、表面波及び内部波の遡上の計算を行なった。浅海域を進行する表面波及び内部波は、砕波点付近で複雑な波形を見せ始め、砕波帯内で乱れや混合といった現象を発生させる。ここでは、異なる流体が混合せず波形が水平方向座標の 1 価関数であるという仮定のもとに、渦や乱れの効果をエネルギー減衰項を用いて記述した。

2. 透水層の空隙率を考慮した表面波及び内部波解析のための非線形方程式: 密度の異なる互いに混合しない非粘性・非圧縮性流体が成層状態にあるとする。流体の種類を上から順に $i = 1, 2, \dots, I$ で表わし、各流体の密度を $\rho_i = \text{const.}$ とする ($\rho_1 < \rho_2 < \dots < \rho_I$)。実流速場において、流体運動が非回転であると仮定する。

多層密度流問題に対する平面 2 次元の完全非線形モデル (柿沼, 2000) の特徴の一つは、適用に際して密度成層の層厚や波の周波数帯域からの制約を受けないことである。その導出過程において、磯部 (1994) にならい、各層の速度ポテンシャル ϕ_i を鉛直分布関数 $Z_{i,\alpha}(z, h_i(x))$ の重み付きの和として $\phi_i(x, z, t) \equiv Z_{i,\alpha}(z, h_i(x)) \cdot f_{i,\alpha}(x, t)$ のように表わした。ここでは、各流体の静水深 $h_i(x)$ をパラメタとしない一般的な鉛直分布関数を用いて、各点における実流速 (seepage velocity) に関する速度ポテンシャル ϕ_i を次式のように表わす。

$$\phi_i(x, z, t) \equiv Z_{i,\alpha}(z) \cdot f_{i,\alpha}(x, t) \quad (\alpha = 0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (1)$$

いま、第 i 層が有する二つの境界面のうちのいずれか一方の位置 $z = \eta_{i,1-j}(x, t)$ ($j = 0$ or 1) と、他方の境界面における圧力 $p_{i-j}(x, t)$ とがともに既知であるとする。すると、求める未知変数は、第 i 層の速度ポテンシャル ϕ_i と境界面位置 $\eta_{i,j}$ となる。このとき、透水層の空隙率を $\varepsilon(x, z)$ ($0 < \varepsilon \leq 1$) とし、透水層内の流体運動を考慮して、第 i 層における変分問題の作用 $\mathcal{F}_i[\phi_i, \eta_{i,j}]$ を次式の汎関数とする。

$$\mathcal{F}_i[\phi_i, \eta_{i,j}] = \int_{t_0}^{t_1} \iint_A \int_{\eta_{i,0}}^{\eta_{i,1}} \varepsilon \left\{ \frac{\partial \phi_i}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \phi_i)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right)^2 + gz + \frac{p_{i-j} + P_i}{\rho_i} \right\} dz dA dt \quad (2)$$

ここで、 $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ であり、 $(\nabla \phi_i)^2 \equiv |\nabla \phi_i|^2$ とする。 g は、重力加速度であり、 $P_i = \sum_{k=1}^{i-1} (\rho_i - \rho_k) g h_k$ は、各層毎に定まる定数である。式 (1) を式 (2) に代入して鉛直積分を行なった後、変分原理の Euler の方程式を求めると、次式のような表面波及び内部波の非線形方程式系が得られる ($\alpha = 0, 1, 2, \dots, N-1$)。

$$\varepsilon^{\eta_{i,1}} Z_{i,\alpha}^{\eta_{i,1}} \frac{\partial \eta_{i,1}}{\partial t} - \varepsilon^{\eta_{i,0}} Z_{i,\alpha}^{\eta_{i,0}} \frac{\partial \eta_{i,0}}{\partial t} + \nabla \left(\int_{\eta_{i,0}}^{\eta_{i,1}} \varepsilon Z_{i,\alpha} Z_{i,\beta} dz \nabla f_{i,\beta} \right) - \int_{\eta_{i,0}}^{\eta_{i,1}} \varepsilon \frac{\partial Z_{i,\alpha}}{\partial z} \frac{\partial Z_{i,\beta}}{\partial z} dz f_{i,\beta} = 0 \quad (3)$$

$$Z_{i,\beta}^{\eta_{i,j}} \frac{\partial f_{i,\beta}}{\partial t} + g \eta_{i,j} + \frac{p_{i-j} + P_i}{\rho_i} + \frac{1}{2} Z_{i,\gamma}^{\eta_{i,j}} Z_{i,\beta}^{\eta_{i,j}} \nabla f_{i,\gamma} \nabla f_{i,\beta} + \frac{1}{2} \frac{\partial Z_{i,\gamma}^{\eta_{i,j}}}{\partial z} \frac{\partial Z_{i,\beta}^{\eta_{i,j}}}{\partial z} f_{i,\gamma} f_{i,\beta} = 0 \quad (4)$$

ここで、 $\varepsilon^{\eta_{i,j}} = \varepsilon|_{z=\eta_{i,j}}$ 、 $Z_{i,\alpha}^{\eta_{i,j}} = Z_{i,\alpha}|_{z=\eta_{i,j}}$ であり、また、 $\partial Z_{i,\alpha}^{\eta_{i,j}} / \partial z = \partial Z_{i,\alpha} / \partial z|_{z=\eta_{i,j}}$ である。

3. 透水層内及び砕波帯内におけるエネルギー減衰: 簡単のために、極浅水域を対象とし、鉛直分布関数を 1 項のみ用いることにして ($N = 1$)、 $Z_{i,\alpha} \cdot f_{i,\alpha} = Z_{i,0} \cdot f_{i,0} = 1 \cdot f_{i,0} = f_i$ とする。そして、透水層内の抵抗力及び透水層と砕波帯におけるエネルギー減衰を考慮すると、式 (3), (4) は、それぞれ、次式のような非線形長波方程式となる。

キーワード → 内部波, 非線形方程式, 透水層, 遡上

連絡先 → 〒113-8656 文京区本郷 7-3-1, TEL: 03(5841)6114, FAX: 03(5841)8503

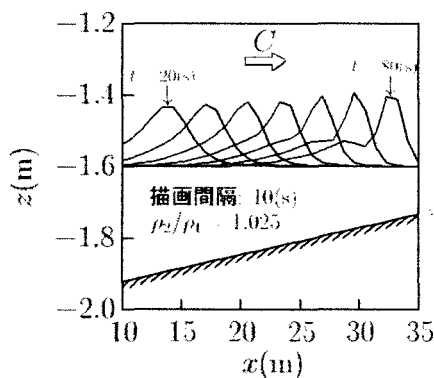


図-1: 遅く進むモードの内部波の浅水変形

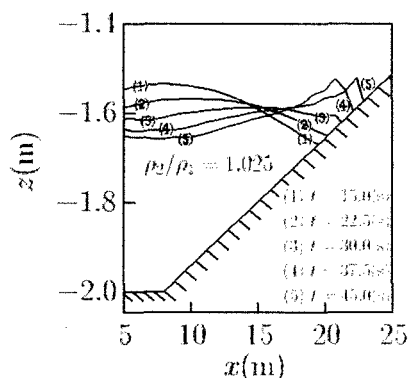


図-2: 内部波の遡上

$$\varepsilon \eta_{i,1} \frac{\partial \eta_{i,1}}{\partial t} - \varepsilon \eta_{i,0} \frac{\partial \eta_{i,0}}{\partial t} + \nabla \left(\int_{\eta_{i,0}}^{\eta_{i,1}} \varepsilon dz \nabla f_i \right) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + g \eta_{i,j} + \frac{p_{i-j} + P_i}{\rho_i} + \frac{1}{2} (1 + \nu_{i,P} + \nu_{i,B}) (\nabla f_i)^2 = 0 \quad (6)$$

空隙率 ε は、鄭ら (1999) と同じく次式のように定義する。

$$\varepsilon(x, z) = \frac{1 + \varepsilon_0}{2} + \frac{1 - \varepsilon_0}{2} \tanh \left\{ c + \frac{2c}{\delta} (z - b) \right\}, \quad \varepsilon_0 = 0.1, \quad c = 4, \quad \delta = 0.1 \quad (7)$$

ここで、 $z = b(x)$ は、透水性媒体の上面の位置であり、海底に相当する。これより下方に $b > z > b - \delta$ の間で、空隙率を ε_0 に近付くように遷移させ、 $\varepsilon \simeq 1$ ($z \geq b$)、 $\varepsilon \simeq \varepsilon_0$ ($z \leq b - \delta$) とする。

また、 $\nu_{i,P}(\nabla f_i)^2/2$ は、流体が透水性媒体から受ける抵抗力によるエネルギー減衰を表わす。 $\nu_{i,B}(\nabla f_i)^2/2$ は、砕波によるエネルギー減衰を表わし、各モードの表面波及び内部波のそれぞれに対して導入する。係数 $\nu_{i,B}$ は、表面波及び内部波の波高に関する実験値等を参考にして決める。

4. 内部波の遡上の数値計算: 数値計算は、鉛直断面内の2層密度流問題を対象とし、柿沼・渡辺 (2000) と同様の手法を用いて行なった。最上面及び内部境界面の位置をそれぞれ $z = \zeta$ 及び $z = \eta$ とする。ここでは、 $\zeta > b$ とし、表面波は、砕波することのないよう透水帯上を透過させた。そして、 $\nu_{i,B}$ 及び $\nu_{i,P}$ ($i = 1, 2$) をすべて0とした。また、各層の層圧を $h_1 = 1.6(\text{m})$ 、 $h_2 = 0.4(\text{m})$ とし、流体の密度比を $\rho_2/\rho_1 = 1.025$ とした。

図-1は、内部波の浅水変形の様子である。 $b(x) = x/132 - 2$ 上で、 $\zeta(x, 0) = 0$ 、 $\eta(x, 0) = 0.7/(10^8 + 10^{-8}) - 1.6$ 、 $s = 0.25x - 2$ かつ $f_{i,\alpha}(x, 0) = 0$ を初期条件として与えた。2層流体の境界面に与えた隆起が二つの内部波に分離する過程で生成した内部波及び表面波が斜面上を伝播する。このとき、表面及び内部境界面ともに二つのモードの波動が発生した。図-1は、これらのうち、遅く進むモードの内部波の波形を示している。この場合、伝播するにつれて内部波形の岸側勾配が急になり、内部波が分裂していくことがわかる。

図-2に、 $b(x) = (x - 8)/35 - 2$ 上で、 $\zeta(x, 0) = 0$ 、 $\eta(x, 0) = 0.1 \sin(\pi x/14) - 1.6$ かつ $f_{i,\alpha}(x, 0) = 0$ を初期条件として与えたときの、内部境界面の遡上域における波形を示す。内部波の汀線移動が再現されている。

5. 結 論: 透水層の空隙率を考慮した、多層密度流問題に対する完全非線形モデルを導出し、これを応用して、斜面上を run-up/down する表面長波及び内部長波の数値計算を行なった。これは、波の周期平均量でなく、個々の波を対象とする解析手法である。本手法の実用のためには、砕波といった境界面の不安定現象の形態によって制限されるモデルの適用範囲や、エネルギー減衰項が含む係数等について検討を進める必要がある。

本研究を遂行するにあたり貴重な御助言を頂いた東京大学大学院工学系研究科渡辺 晃教授に感謝します。

参考文献: 磯部雅彦 (1994), 土木学会論文集, No. 491/II-27, pp. 1-14.,

柿沼太郎 (2000), 海岸工学論文集, 第47巻, pp. 1-5.,

柿沼太郎・渡辺 晃 (2000), 土木学会第55回年講概要集, II, pp. 4-5.,

鄭 培喜・余 錫平・磯部雅彦 (1999), 海岸工学論文集, 第46巻, pp. 181-185.