(I －68)　　*ALE*有限要素法による移動物体周りの流れ解析

中央大学　学生員　○高瀬慎介
中央大学　正会員　　樫山和男

1. はじめに

移動する構造物周りの流れや回転する構造物周りの流れ解析を行う方法として，計算の各時刻レベルにおいて移動物体に合わせメッシュの再構築を行い解析することができるSpace-Time法[1]や，ALE法が注目されている．これらの方法では，計算領域は移動・回転領域，固定領域およびそれらの領域をつなぐ連結領域の３つに分けて解析が行われている．この場合，数値解析手法として移動・回転領域の節点はALE表記，固定領域の節点はEuler表記が用いられる．しかし連結領域では，移動・回転領域の節点の移動にともない連結領域内の要素形状が歪み，計算が破綻してしまう問題がある．

そこで本報告では，連結領域内の要素形状の歪みによる計算の破綻を防ぐための手法として，Shear-Slip Mesh Update Method[2]を導入した，そして，数値解析例としてALE表記に基づく安定化有限要素法を適用し，回転する正方形角柱周りの流れ解析行い，本手法の有効性について検討を行った．

2. 数値解析手法

(1) 基礎方程式と離散化

ALE表記による無次元化された非圧縮粘性流体の運動方程式と連続の式は，それぞれ式(**1**),(**2**)で表される．

運動方程式；

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+(\bar{u}_j)\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial p}{\partial x_i}-\frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}+\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j}\right)=0 \quad (1)$$

連続式；

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i}=0, \quad (2)$$

ここで，uは流速，$\bar{u}$は相対流速，pは圧力，ReはReynolds数を表している．基礎方程式に対して空間方向の離散化に$P1/P1$要素を用いた安定化有限要素法(SUPG/PSPG法)[3] を，また時間方向をCrank-Nicolson法により離散化することで以下の式を得る．

$$(\mathbf{M}+\mathbf{M}_\delta)\ \frac{u_i^{n+1}}{\Delta t}+\frac{1}{2}\Big\{\left(\mathbf{K}(\bar{u}_j^n)+\mathbf{K}_\delta(\bar{u}_j^n)\right)u_i^{n+1} +\frac{1}{Re}\mathbf{S}u_i^{n+1}\Big\}-(\mathbf{C}-\mathbf{C}_\delta)\,p^{n+1}=b_i^n, \quad (3)$$

$$\mathbf{C}^T u_i^{n+1}+\mathbf{M}_\varepsilon\frac{u_i^{n+1}}{\Delta t} +\frac{1}{2}\mathbf{K}_\varepsilon(u_j^n)u_i^{n+1}+\mathbf{C}_\varepsilon p^{n+1}=d_i^n, \quad (4)$$

ここで**M**,**K**,**C**,**S**は係数行列である．添字δ,εは，それぞれSUPG項，PSPG項に起因するものである．また，b_i^n, d_i^nはそれぞれ運動方程式，連続式の既知項をまとめたものである．式(**3**),(**4**)を連立方程式としてE-by-E Bi-CGSTAB法を用い計算する．

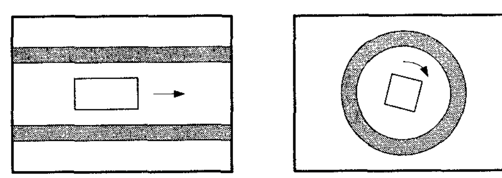
Key Word: SSMUM，ALE法，有限要素法

〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27
TEL 03-3817-1815,FAX 03-3817-1803

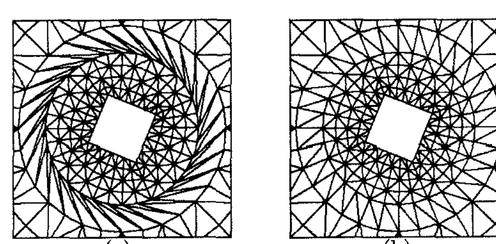
(2) Shear-Slip Mesh Update Method

Shear-Slip Mesh Update Method (以下SSMUM)[2]は，**図–1**に示すような移動する構造物周りの流れ解析や回転する構造物周りの流れ解析を行う際，連結領域の要素が破綻することなく解析を行うために提案されたメッシュ再構築手法である．例えば，**図–1**右に示すような回転する構造物の場合，連結領域の要素は，回転領域の節点の移動により要素形状が歪む(**図–2(a)**)．SSMUMは，メッシュをスリップさせて要素形状を崩すことなく，解析を行う方法である(**図–2(b)**)．

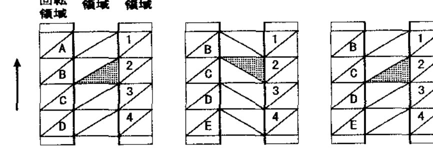
SSMUMを説明するために，**図–3**①の状態を考える．そして，回転領域が矢印の方向に動くことによりA～Dの節点は移動し，**図–3**②に示す要素形状になったとする．このとき連結領域内にある灰色の要素に着目する．この状態から節点Bがさらに移動すると灰色の要素は形状の歪みが進んでしまう．そのため節点Bが一要素分移動した場合には連結領域の要素の結合状態を変え，**図–3**③に示す要素形状に戻す．この作業を繰り返し行うことで，連結領域での要素形状を歪むことなく保つことができる．このとき，移動・回転領域の節点はALE表記，固定領域の節点はEuler表記を用いる．



図–1 SSMUMについての略図，灰色の領域が連結領域



図–2 SSMUM導入前後

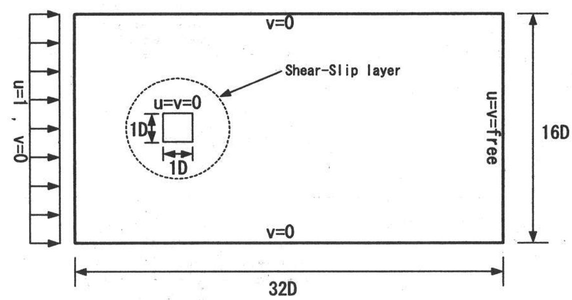


図–3 Shear-Slip Mesh Update Method

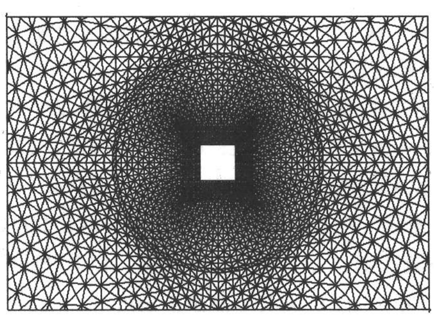
3. 回転する角柱周りの流れ解析

数値解析例として回転する2次元正方形角柱周りの流れ解析を行う．解析領域と境界条件を**図–4**に示す．有限要素分割には，総節点数：4422，総要素数：8640を使用した(**図–5**)．計算条件は，$Re = 1000$，$\Delta t = 0.001$，角速度 $\omega = 0.125$，無次元時間200まで解析を行った．

図–6に揚力係数と抗力係数の時間歴を示す．回転していない場合の抗力係数は $C_D = 2.4$ を示し，実験値[4]よりも少し高い値となっている．これは，解析が2次元解析のため3次元的挙動を捉えることができていないためと考えられる．また，角柱を時計周りに $\omega = 0.125$ で回転させて解析を行った場合，回転することにより抗力，揚力ともに回転していない場合より変動幅が大きく，また抗力係数も $C_D = 2.8$ と高い数値を得た．**図–7**に圧力等値面図を示す．



図–4 解析領域と計算条件



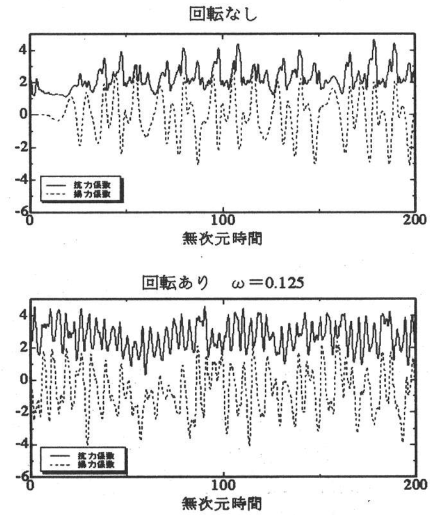
図–5 メッシュ図（角柱近傍）

4. おわりに

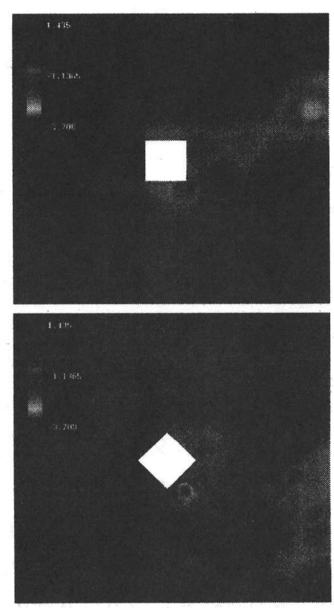
本報告では，ALE手法により移動・回転する構造物周りの流れ解析を行う際に発生する，連結領域内の要素形状の歪みによる計算の破綻を防ぐための手法としてShear-Slip Mesh Update Methodを導入した．そして，数値解析例として回転する正方形角柱周りの流れ解析を行い，以下の結論を得た．

- 回転する正方形角柱周りの流れを，連結領域内の要素形状が崩れることなく安定に解析することができた．
- Shear-Slip Mesh Update Methodは移動・回転する構造物周りの流れ解析手段として有効である．

今後の課題として，構造と流体の連成解析を行う予定である．また，3次元解析への拡張，および，それにともなう計算量の増加に対して並列計算手法の導入も行う予定である．



図–6 揚力係数と抗力係数の時間歴（上：回転なし，下：回転あり）



図–7 圧力の等値面図 t=150（上：回転なし，下：回転あり）

参考文献

1) 日本数値流体力学学会 有限要素法研究委員会編：有限要素法による流れのシミュレーション：シュプリンガー・フェアラーク東京
2) M.Behr and T.Tezduyar : 'The Shear-Slip Mesh Update Method' :*Computer Method in Applied Mechanics and Engineering* :**174** :pp261-274 :1999
3) T.E.Tezduyar,S.Mittal,S.E.Ray and R.Shih :'Incompressible flow computations with stabilized bilinear and linear equal-order-interpolation velocity-pressure elements' :*Compter Methods in Applied Mechanics and Engineering* :**95** :pp221-242 :1992
4) 島田雅志，河村進一，久保喜延，中村秀行:数値流体解析による低レイノルズ数領域における正方形角柱の流体力特性: 土木学会第55回年次学術講演会: I-B2: 2000.