(Ⅰ－65)

洪水氾濫解析のための安定化有限要素法

中央大学　学生員　○高砂篤史
日本工営　正会員　　桜庭雅明
中央大学　正会員　　樫山和男

1. はじめに

洪水氾濫現象に代表される移動境界を有する流れを安定にかつ精度良く解析する手法を構築することは，計算力学上重要である．

洪水氾濫現象を解析する方法には，移動する水際線をLagrange的に追跡して時間ステップごとに水域内の要素の再分割を行いながら計算する方法[1]と，Euler的に固定要素を用いて時間ステップごとに各要素が陸域か水域であるかを判定して計算を行う方法[2]がある．この中でEuler的な手法は，移動境界形状が複雑となる問題においても解析が可能で，実用性の点で優れている．

そこで本報告では，洪水氾濫現象を安定にかつ高精度に解析する手法の構築を目指し，Euler的な移動境界手法を用いて安定化有限要素法[3)4)]を浅水長波流れ解析に適用したものである．なお，数値解析例として矩形造波水槽における水際線の移動問題を取り上げ，得られた結果を実験値[5)]及びLagrange的手法により得られた解析結果[1)]と比較し，本解析手法の有効性について検討する．

2. 基礎方程式

基礎方程式として以下に示す浅水長波方程式を用いる．

$$\dot{\xi} + M_{i,i} = 0 \qquad (1)$$

$$\dot{M}_i + u_j M_{i,j} + gh\,(h+z)_{,i} - \nu\,(M_{i,j} + M_{j,i})_{,j} + \frac{gn^2\sqrt{u^2+v^2}}{h^{\frac{1}{3}}} u_i = 0 \qquad (2)$$

ここに，ξは水位変動量，hは全水深（$=H+\xi$），zは任意の基準面からの標高値，gは重力加速度，νは渦動粘性係数，nは$Manning$の粗度係数，Hは水深を表す．

3. 有限要素方程式

空間方向に対してSUPG法（Streamline-upwind/Petrov-Galerkin法）[4)]を適用し離散化を行うと，次式のような重み付き残差方程式が得られる．

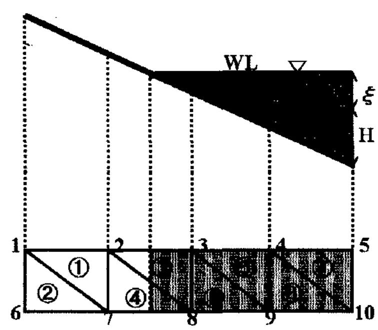
$$\int_\Omega \xi^* \,(\,\dot{\xi} + M_{i,i}\,)\, d\Omega + \sum_{e=1}^{nel} \int_{\Omega^e} \tau \xi^*_{,i} \left(\dot{\xi} + M_{i,i}\right) d\Omega + \sum_{e=1}^{nel} \int_{\Omega^e} \delta \left(\xi^*_{,i}\xi_{,i}\right) d\Omega = 0 \qquad (3)$$

$$\int_\Omega M^*_i \,\{\, \dot{M}_i + u_j M_{i,j} + gh\,(h+z)_{,i} - \nu\,(M_{i,j}+M_{j,i})_{,j} + \frac{gn^2\sqrt{u^2+v^2}}{h^{\frac{1}{3}}} u_i \,\}\, d\Omega$$
$$+ \sum_{e=1}^{nel} \int_{\Omega^e} \tau \left(u_k M^*_{,k}\right) \{\, \dot{M}_i + u_j M_{i,j} + gh\,(h+z)_{,i} - \nu\,(M_{i,j}+M_{j,i})_{,j} + \frac{gn^2\sqrt{u^2+v^2}}{h^{\frac{1}{3}}} u_i \,\}\, d\Omega$$
$$+ \sum_{e=1}^{nel} \int_{\Omega^e} \delta \left(M^*_{i,j} M_{i,j}\right) d\Omega = 0 \qquad (4)$$

ここに式(3),(4)の左辺第1項は通常のGalerkin項，第2，第3項が安定化に寄与する項であり，第2項がSUPG項，第3項がShock-Capturing項である．要素は三角形1次要素を用い，時間方向の離散化に対してはCrank-Nicolson法を用いた．

4. 移動境界手法

本報告では，以下のアルゴリズムを各時間ステップごとに全要素に対して行うことにより，境界の移動をEuler的に捉える．(図–1参照)



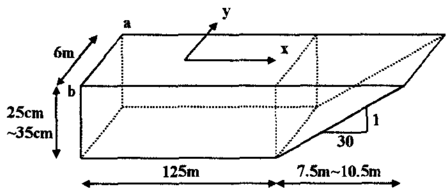
図–1 移動境界手法の概念図

1. 3節点の水深$H+\xi$を調べる．
2. 3節点の水深が全て微小量εよりも小さい要素は陸域の要素として計算から除外する（要素1,2）．
3. 1節点でも水深が微小量より大きい要素は水域の要素として計算に含める．(要素3,4)．
4. 水際の要素において，水深が微小量よりも小さい節点には，流速にゼロを与える（節点2,7）．

5. 水際線の移動問題の検討

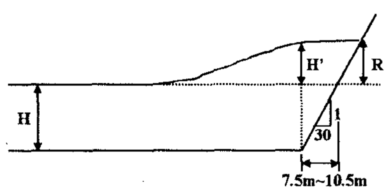
本手法の有効性を検討するため，図–2に示すような矩形造波水槽内の水際線の移動問題の解析を行う．水槽は全長132.5〜135.5m，幅6mで，水平水路の先端に底面勾配1:30の斜面が設けられている．この斜面へ向かって沖合から波を入射し，水際線がどこまで斜面を遡上するかの計算を行う．計算では沖側境界a-bに入射波として正弦波のみを与え，流速は与えていない．また側方境界にはスリップ条件を与え，マニングの粗度係数は0.014（コンクリート

Key Word: 安定化有限要素法，浅水長波方程式，移動境界手法
〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27
TEL 03-3817-1815,FAX 03-3817-1803

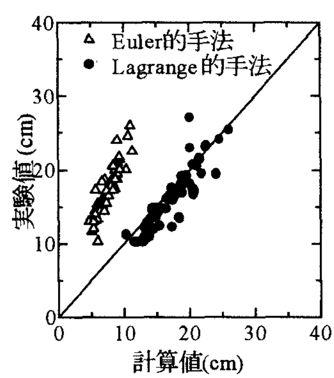


図–2 矩形造波水槽

水路の標準値）を用いている．有限要素分割はx方向に水平水路部分は2.5m間隔（50分割），斜面部分は10cm間隔（300分割：遡上高さ1mまで分割している），y方向には3m間隔（2分割）で分割を行っている．なお，比較対象とする実験は水深，波の周期，振幅がそれぞれ異なる50ケースが行われており，本報告でもその50ケースについて計算を行い，**図–3**によって定義される遡上高さR，勾配変化点での水位H'を用いて実験値[5]及びLagrange的手法により得られた解析結果[1]との比較を行う．



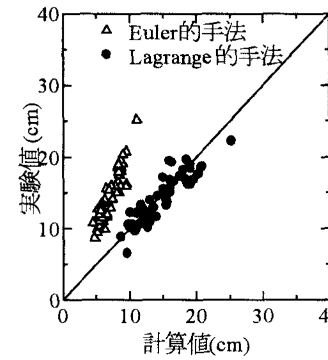
図–3 遡上高さR，勾配変化点の水位H'



図–4 実験値と計算結果の比較（遡上高さR）

図–4，**図–5**はそれぞれ遡上高さR，勾配変化点での水位H'の実験値と計算結果との比較である．図中の直線に近いほど実験値と一致していることを表す．これらの図より，Lagrange的手法が遡上高さRと勾配変化点での水位H'のいずれにおいても実験値と定量的に良い一致を示しているのに対し，Euler的手法は実験値の半分程度の値になっている．この原因の１つとして，本報告で用いたEuler的手法では，水際の要素において水深が微小量より小さい節点には流速にゼロを与えており，これにより水際線の移動量が小さくなっているものと考えられる．

次に**図–2**の斜面部分の分割数がそれぞれ異なる幾つかのメッシュを用意し，メッシュが計算結果に与える影響を調べた．**表–1**は，水深30cm，周期240s，振幅6cmのケースの



図–5 実験値と計算結果の比較（勾配変化点の水位H'）

表–1 メッシュ幅による比較

メッシュ幅(cm)	Δt(s)	R(cm)	H'(cm)
50	0.1	5.0	5.652
25	0.1	5.0	5.660
10	0.01	5.667	5.802
5	0.0025	6.0	5.813
3	0.00125	6.0	5.871

計算結果であり，この時の実験値は遡上高さRが13.9cm，勾配変化点での水位H'が13.0cmである．**表–1**より，計算結果はメッシュ幅を小さくすることにより，RとH'ともにわずかながら大きくなり，実験値に近くなることがわかる．

6. おわりに

本報告では，Euler的な移動境界手法を用いて安定化有限要素法を浅水長波流れ解析に適用した．数値解析例として，矩形造波水槽における水際線の移動問題の解析を行い，本手法の有効性について検討し以下の結論を得た．

- Lagrange的移動境界手法が実験値と定量的に良い一致を示すのに対し，本報告で用いたEuler的移動境界手法は実験値の半分程度の値を示すにとどまった．
- Euler的移動境界手法は有限要素分割の細かさによって計算結果に差異が生じる．

今後は，水際線の条件についてさらに検討していく予定である．

参考文献

1) 桜庭雅明，樫山和男，菅野諭:移動境界を考慮したSpace-Time有限要素法による浅水長波流れ解析:応用力学論文集:**3**:pp255-262:2000.
2) Kawahara,M. and Umetsu,T. :Finite element method for moving boundary problem in river flow :*Int.j.Numer.Methods Fluids 6*, pp.365-386,1986
3) S.Aliabadi and T.E.Tezduyar:Space-time finite elment computation of compressible flows involving moving boundaries and interfaces,*Comput.Methods Appl.Mech.Eng.107*,pp.209-224,1993.
4) Brooks,A.N. and Hughes,T.J.R.:Streamline up-wind / Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations,*Comput.Meth.Appl.Mech.Eng.87*,pp.364-384,1991.
5) Shuto,N.:Run-up of long wave on a sloping beach,*J.Coastal Eng.10*,pp.23-38,1967.