

(I-62) 「非繰り返し型の方法によるトラス構造の逆解析問題の研究」

東洋大学 学生員 森内俊彦

東洋大学 正会員 新延泰生

東洋大学 学生員 樋口幸太郎

概要

本研究は、トラス構造の逆解析問題を対象とし、任意の荷重に対して全格点の変位が得られる場合にトラスの各部材の剛性を推定する逆解析問題を考える。解析は、まず初期値としてある剛性に対する格点変位の感度係数を求める。次に感度係数特性式を直接用いることにより、反復計算を繰り返すことなく与えられた全格点の測定変位に対する部材剛性を求めるものである。

解析理論

全要素に合成した剛性方程式

$$[K]\{z\} = \{F\} \quad \text{式①}$$

$\{F\}$: 節点外力ベクトル

$\{z\}$: 節点変位ベクトル

$[K]$: 全体剛性マトリクス

設計変数は、断面積 X_i とし、この設計変数 X_i に対して式①の両辺を偏微分すると次のようになる。(i は、要素番号を示す。)

$$\left[\frac{\partial K}{\partial X_i} \right] \{z\} + [K] \left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right] = \left[\frac{\partial F}{\partial X_i} \right] \quad i = 1 \cdots n \quad \text{式②}$$

ここで、荷重ベクトル $\{F\}$ は、設計変数ベクトル $\{X_i\}$ の関数ではないので、次のように表される。

$$\left[\frac{\partial F}{\partial X_i} \right] = 0 \quad i = 1 \cdots n$$

よって

$$[K] \left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right] = - \left[\frac{\partial K}{\partial X_i} \right] \{z\}$$

$$\left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right] = -[K]^{-1} \left[\frac{\partial K}{\partial X_i} \right] \{z\} \quad i = 1 \cdots n \quad \text{式③}$$

$\left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right]$ は、i 部材の設計変数に対する変位の感度係数となる。設計変数 X_i を断面積としているので $X_i = A_i$ とすると式③より

$$\left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right] = -[K]^{-1} \left[\frac{\partial K}{\partial A_i} \right] \{z\}$$

両辺に $\{X_i\}$ をかけて、i について 1 から m までの総和について考えると以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \sum_i^m \frac{\partial z}{\partial X_i} X_i &= -[K]^{-1} \sum_i^m \left[\frac{\partial K}{\partial A_i} \right] X_i \{z\} \\ &= -[K]^{-1} [K] \{z\} \\ &= -z \quad \text{式④} \end{aligned}$$

式④の $\frac{\partial z}{\partial X_i}$ の部分に式③を代入すると

$$\sum_i \left\{ -K^{-1} \frac{\partial K}{\partial X_i} z \right\}_i X_i = -z \quad \text{式⑤}$$

式⑤の左辺の全体剛性マトリクス K を初期値における剛性マトリクス K_0 、 z を測定変位 $\bar{z}$ 、右辺の z を初期値における変位 z_{0j} とおくと

$$\sum_i \left\{ -K_0^{-1} \frac{\partial K}{\partial X_i} \bar{z} \right\}_i X_i = -z_{0j} \quad \text{式⑥}$$

式⑥から各部材の断面積を繰り返し計算を行わずに推定する方法である。

解析モデル

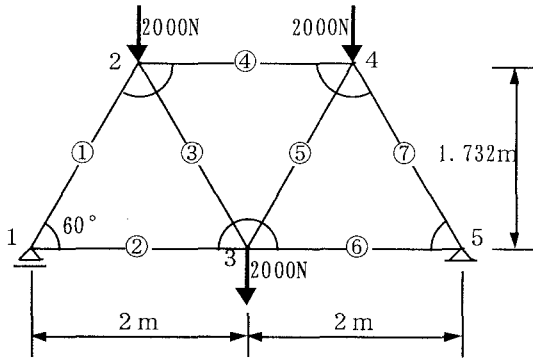


図1 解析モデル

表-1 断面諸量

ヤング率 (N/m^2)	2.06E+11
--------------------------------	----------

解析結果

解析①

順解析により、部材②の断面積が 0.02m^2 、他の部材の断面積が 0.01m^2 の場合の変位を求める。次に、解析理論で述べた解析方法（逆解析）より変位に対する各部材の断面積を求めると以下のとおりである。

表-4 解析①の結果

変位 (m)	断面積 (m^2)
U_1 -2.5236300E-06	A_1 0.010000
U_2 -3.5050400E-07	A_2 0.020000
V_2 -5.1400400E-06	A_3 0.010000
U_3 -1.6824200E-06	A_4 0.010000
V_3 -7.2041500E-06	A_5 0.010000
U_4 -2.5937300E-06	A_6 0.010000
V_4 -5.3828700E-06	A_7 0.010000

逆解析

解析②

部材②の断面積が 0.02m^2 、他の部材が 0.01m^2 の場合、順解析によって得られた変位 v_2 に誤差(-80%~+30%の範囲)を与えて逆解析をおこなった。

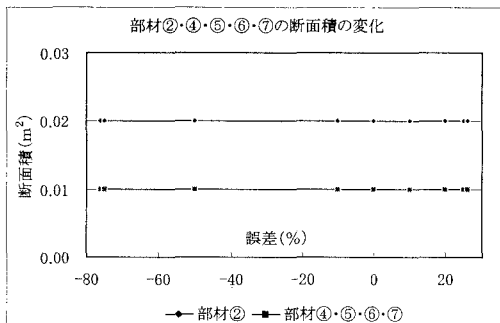


図2

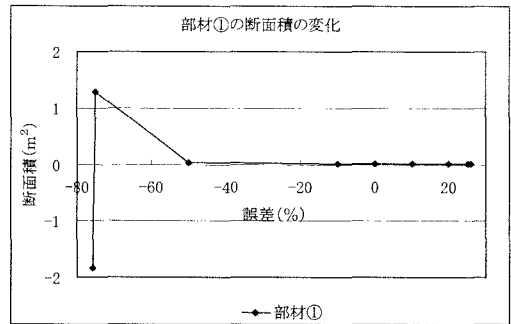


図3

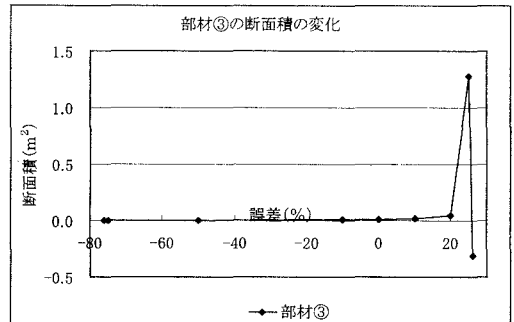


図4

解析③

解析②で負の断面積が得られる場合、負の断面積(A_i)に対する式⑥の左辺の係数マトリクスの行と列、右辺の初期値の変位を削除する。そして式⑥の方程式を用いて解析すると表-5の断面積となる。

解析④

各変位に誤差(-50%~+50%の範囲)を与える。誤差を与えて逆解析をおこなうと負の断面積が求められる。解析③と同じ方法で断面積を求めると表-6となる。

表-5

断面積 (m^2)
A_1 0.010000
A_2 0.020000
A_4 0.010000
A_5 0.010000
A_6 0.010000
A_7 0.010000

表-6

断面積 (m^2)
A_1 0.017778
A_2 0.006667
A_4 0.008696
A_5 0.007143
A_6 0.006667
A_7 0.009091

まとめ

感度係数特性式を直接用いることにより、反復計算を繰り返すことなく全格点の変位に対する部材剛性を求められることが判った。今後は、実際のトラス構造物への適用を検討する予定である。

キーワード：トラス構造、逆解析、感度解析

参考文献：務台信也「平面歪み問題における逆解析」東洋大学学士論文
東洋大学工学部 〒350-0815 埼玉県川越市鯉井2100 TEL 0492-39-1391