

早稲田大学大学院 学生員 服田 雅雄

早稲田大学理工学部 正会員 依田 照彦

1. はじめに

構造解析において弾塑性解析の導入は、解析時間が多くかかる点で問題となることがある。したがって、計算速度を上げることは、弾塑性解析を導入することを容易にする。本研究では、マトリクス構造解析法に等価介在物法を用いる簡易な弾塑性解析を提案し、その妥当性を検討する。

等価介在物法は剛性の変化を変化以前の構造物に置き換えて解析をするため、通常の有限要素法の弾塑性解析より簡易であると思われる。また、合成構造の解析に積層構造理論を用いることができる点も利点となっている。すなわち、種々の材料で構成された積層はりを微小層に分割し、変位と応力を線形近似する考え方である。

2. 解析手法

2・1 等価介在物法を用いた非線形計算手法¹⁾

弾性桁の曲げモーメント M_x は、次式で示される。

$$M_x = -EI \cdot \phi \quad (1)$$

ここに、 EI ：曲げ剛性、 ϕ ：曲率、である。そこで、不均質な剛性（塑性領域）を持つ桁に等価曲げモーメント M_x^* と等価せん断荷重 V_x^* を作用させる。つまり、これらの等価荷重を用いることにより等価性を保証する。これを式（1）に適用すると、式（2）が得られる。

$$M_x = -EI \cdot \phi - M_x^* \quad (2)$$

2・2 曲げに関する積層板解析法^{2), 3)}

図-1 積層はりモデル

両辺単純支持のはりに、鉛直荷重 $q(x) = Q \sin(j\pi/l)$ がはりの上面に作用する場合の変位と応力の関

係を次のように仮定する。

$$\begin{aligned} u_{xi} &= b_i w^{(1)}, u_{zi} = d_i w \\ \tau_{xz} &= c_i w^{(3)}, \sigma_{zz} = f_i w^{(2)} \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、 u_{xi} 、 u_{zi} ： i 層下面の水平方向変位および鉛直方向変位、 τ_{xzi} 、 σ_{zz} ： i 層下面のせん断応力および垂直応力、 w ： x のみの関数（ $=w_0 \sin(\pi/l)$ ）、 w_0 ：定数）、 $w^{(n)}$ ： w の x 方向 n 階微分、である。式（3）を応力～ひずみ関係式・ひずみ～変位関係式・応力のつりあい式に適用することにより、 i 層下面の変位・応力は $i-1$ 層下面の変位・応力で表される。

次に、はりの上下面での応力に関する境界条件より、 $c_1 = c_{N+1} = f_1 = f_{N+1} = 0$ の4式、さらに外力のする仕事とひずみエネルギーの関係式の合計5条件式を用いて、各層の b_i 、 c_i 、 d_i 、 f_i および w_0 を求めることができる。曲げ応力 σ_{xx} は、水平方向変位と垂直応力を用いて表現できる。また、はりの長さが高さに比べて十分に長い場合には、 $\sigma_{zz} = 0$ 、 $u_{zi} = \text{const.}$ として1次元的に解析することが可能である。このとき、条件式は $c_1 = c_{N+1} = 0$ およびエネルギー条件式の計3式により各層の b_i 、 c_i 、 w_0 を求めることになる。また、荷重条件はフーリエ級数を用いることにより任意の状態にも対応できる。本研究では、有限要素法を用いて解析をするため、要素の曲げ剛性を求める部分に積層板解析法を利用している。

3. 数値計算例

3・1 計算モデル

数値計算例は図-2に示すように、柱部分に矩形断面の鋼とコンクリートの合成構造を、はり部分にI型断面の鋼構造を用いたラーメン構造である。図中の水平方向に水平荷重 H を漸増させる。構成則は、鋼は塑性化によって弾性係数が $1/450$ に低下するようにした。また、コンクリートは、圧縮に関しては鋼と同様に弾性係数を $1/450$ に低下させたが、引張りに関しては塑性化を無視し、引張強度を超えた場合には破壊すると仮定をした。

キーワード：マトリクス構造解析、弾塑性解析、等価介在物法、合成構造

連絡先：早稲田大学理工学部 〒169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1 Tel&Fax：(03)5286-3399

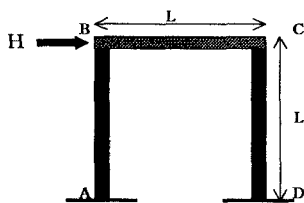
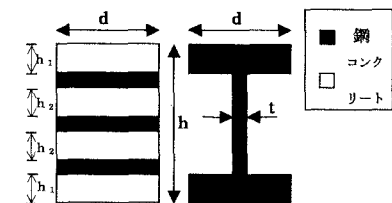


図-2 解析モデル



(A) 柱部材 (B) はり部材

図-3 断面図

(鋼部材)

曲げ弾性係数 $E_s = 2.1 \times 10^4$ (kgf/mm²)

ポアソン比 $\nu_s = 0.30$

(コンクリート部材)

曲げ弾性係数 $E_c = 2.8 \times 10^3$ (kgf/mm²)

ポアソン比 $\nu_c = 0.15$

(解析モデル)

長さ $L = 10000$ (mm)

(断面図)

幅 $d = 160$ (mm)、ウェブ厚さ $t = 10$ (mm)

高さ $h = 200$ (mm)、コンクリート高さ $h_1 = 46$

(mm)、 $h_2 = 48$ (mm)

4. 解析結果と考察

図-4は、荷重のかかっている柱の柱頭部(B点)の変位と荷重の関係を示している。それぞれB点の降伏変位と降伏荷重で除して無次元化してある。このラーメン構造において、塑性化はA点とD点、次に柱部材のB点とC点、そして梁部材のB点とC点と拡がっていく。また、断面での塑性化は、柱部材の外側のコンクリート部、次に内側のコンクリート部、そして外側の鋼部分という順番である。

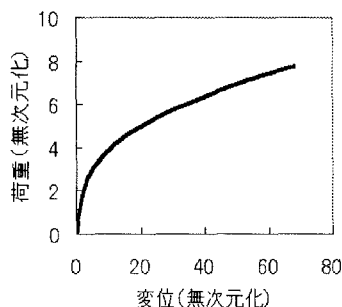


図-4 B点の荷重と変位の関係

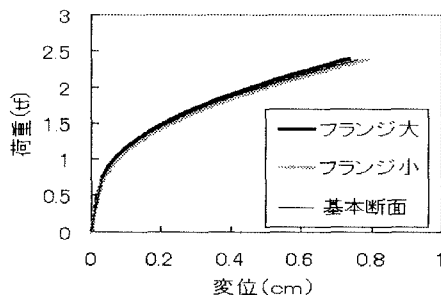


図-5 フランジを変化させた荷重と変位の関係

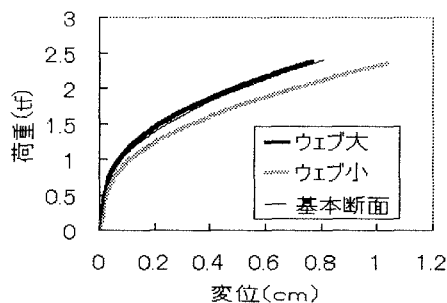


図-6 ウェブ高さを变化させた荷重と変位の関係

図-5と図-6は、はり部材のフランジ厚さとウェブ高さをそれぞれ変化させた場合の変位と荷重の関係を示したものである。それぞれ厚さと高さを、2倍と1/2倍に変化させて行った。

5. まとめ

1) 本解析法の特徴は、マトリクス解析法に等価介在物法と積層板解析法を取り込んだ点にある。このため、荷重の載せ方や構造形式に限定されずに、任意の2次元構造物の弾塑性解析ができる。

2) 積層板解析の1次元モデルでは、はりの長さが高さに比べて十分に長いという条件を設定しているため、有限要素法を用いる場合、部材分割に注意する必要がある。

3) 図-4～図-6から、はり部材のフランジ断面、ウェブ高さを大小変化させたが、塑性化の状態は大きく変化することはなかった。一方、変位の影響についてはフランジ断面の変化より、ウェブ高さの変化の方が大きいことが分った。

参考文献

- 1) 山口栄輝、堀 宗朗、久保喜延：等価介在物法を用いた平面骨組構造物の弾塑性解析、構造工学論文集、Vol. 41A, pp. 9-14, 1995.
- 2) 谷口 望、依田照彦：波形鋼板ウェブを持つ合成桁の簡易曲げ解析法に関する研究、土木学会論文集、No. 577/I-41, pp. 107-120, 1997.
- 3) 根岸嘉和：平板・はり・複合構造の静的・動的な精密解析理論に関する総合研究、博士論文、1993