

## (V-18) 誤差関数を用いたコンクリート中の塩分浸透分布の近似手法

群馬大学工学部 学生会員 渡谷 昌樹  
 群馬大学工学部 正会員 杉山 隆文  
 群馬大学工学部 学生会員 村田 陽子  
 群馬大学工学部 正会員 辻 幸和

### 1. はじめに

コンクリート中の塩分浸透分布を用いて算出された塩化物イオン拡散係数については、これまでに多くの報告がなされている。しかし、それぞれの算定方法では採用する計算手法や主観的要因から塩化物イオン拡散係数の値も異なり、客観的な判定がしにくい場合がある。本研究では、誤差関数を用いてコンクリート中の塩分浸透分布を近似する際、非線形最小二乗法を用いた客観的な手法から塩化物イオン拡散係数を計算した。また、正規分布関数から計算した値と比較し、両者の差異を検討した。

### 2. 測定対象とした塩分浸透分布

本研究で用いた供試体は、図1-(a)に示すように円筒形(直径5cm、厚さ7cm)をした水セメント比が55%の普通モルタル(以後、N55と称す)であり、これを恒温恒湿室内(温度:25°C、湿度:55%)において約1年半、塩水に浸漬した。浸漬後に、図1-(b)に示すように、浸透面から1cmごとに切断して、各層の全塩分量をJCI-SC4に準じて測定した。なお、浸漬開始時の供試体の材齢は、7日および28日の2水準である。図2は、長期塩水浸漬から得られた各モルタルの塩分浸透分布である。

### 3. 塩化物イオン拡散係数の算出式

#### 3. 1 塩化物イオン拡散係数の算定の基礎式

コンクリート中を塩化物イオンが拡散する際の基礎式として、一般にFickの第2式((1)式)が用いられている。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (1)$$

(1)式は、拡散係数であるDを一定とした場合であり、次の初期条件および境界条件において解くと(2)式を得る。

初期条件:  $C_{t=0}=0$  ( $t=0, x > 0$ )、境界条件:  $C_{x=0}=C_0$  ( $t > 0, x = 0$ )

$$\frac{C}{C_0} = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) \quad (2)$$

ここで、C:コンクリート中の塩分量、 $C_0$ :表面塩分量、erf:誤差関数、x:表面からの距離、t:浸漬期間、D:塩化物イオン拡散係数である。

#### 3. 2 誤差関数と正規分布関数

(2)式における誤差関数および誤差関数と正規分布関数の関係はそれぞれ(3)式および(4)式に示される。

$$\operatorname{erf}(X) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^X e^{-u^2} du \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} (1 - \operatorname{erf}(X)) = 1 - P(\sqrt{2}X) \quad (4)$$

なお、 $X = x / 2\sqrt{Dt}$ 、Pは正規分布関数である。(2)式を(4)式に代入し、変換することによって、(5)式のように表すことができる。

$$\frac{C}{2C_0} = 1 - P\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) \quad (5)$$

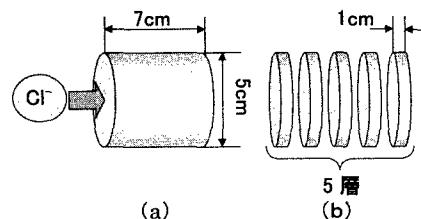


図1 供試体切断概略図

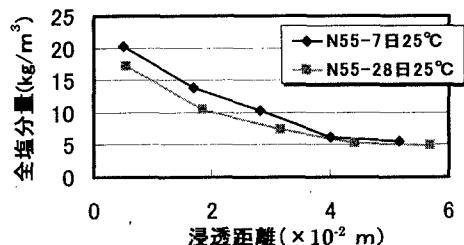


図2 全塩分量と浸透距離の関係

キーワード：塩分浸透分布 塩化物イオン拡散係数 誤差関数 非線形最小二乗法

連絡先：〒376-8515 群馬県桐生市天神町1-5-1 TEL 0277-30-1613 FAX 0277-30-1601

### 3.3 誤差関数による算定方法

一般に、(2)式を用いて $D$ および $C_s$ を変化させて、塩分浸透分布に最もフィットした時の $D$ をそのコンクリートの塩化物イオン拡散係数としている。本研究では、塩分浸透分布への近似手法として、Levenberg-Marquardt アルゴリズムを用いた非線形最小二乗法を採用して、コンピューターによる繰り返し計算を行い、その結果として客観的な判定から拡散係数を算定した。 $C_s$ に関しては、既知の場合と未知数の場合の2通りで計算を行った。既知の場合には、別の実験から求めた $C_s$ を使用した。

### 3.4 正規分布関数による算定方法

誤差関数と正規分布関数が(5)式の関係で

あることにより、得られた塩分浸透分布を正規確率紙に置き換えて、拡散係数を算定する。つまり、横軸を浸透面からの距離 $x$ 、縦軸を $C/(2C_s) \times 100$ としてプロットすると両者の関係が直線式で近似される。そこで、この傾きを求める $1/(2\sqrt{Dt})$ となるため、この傾きから塩化物イオン拡散係数が求められる。この場合、プロットを直線近似する必要があるが、この近似もコンピューターによる繰り返し計算から客観的に行つた。また、この手法の場合には、誤差関数を用いた場合と異なり、予め $C_s$ を決定する必要がある。

## 4. 計算結果

### 4.1 各計算手法による拡散係数の相違

図3は、誤差関数を用いて材齢別の各モルタルの塩化物イオン拡散係数を計算する場合について示したものである。つまり、横軸に浸漬距離と浸漬時間との関係( $\phi = x/\sqrt{t}$ )を、縦軸に全塩分量をプロットしたものである。各曲線は、2通りの $C_s$ に対する誤差関数による近似曲線である。この手法から計算された拡散係数および $C_s$ を未知数とした場合に計算された $C_s$ を表1にまとめた。 $C_s$ の設定で若干異なる拡散係数が得られた。また、材齢によっても若干異なっている。ただし、材齢の相違は、計算手法には無関係である。

図4は、正規確率紙における塩分浸透分布図である。また、各直線は、その近似式である。この傾きから求めた拡散係数も表1にまとめた。ただし、 $C_s$ として、誤差関数を用いた時と同様に、別の試験から得られた値と、誤差関数を用いた計算から得られた $C_s$ の2通りを使用している。

### 4.2 計算結果の考察

表1より、各計算手法による拡散係数の相違が明らかである。理論的には、両者は等しくなるはずである。しかし、これは、それぞれのプロットを近似する際に生じた誤差によるものであり、コンピュータによる繰り返し計算で行った客観的な手法によってもこの程度の相違が生じる事を示すものである。したがって、拡散係数を評価する場合やこれを用いて塩分浸透予測を行う場合には、このことを念頭に置く必要がある。

### 5.まとめ

塩分浸透分布から誤差関数を用いて拡散係数を計算する場合には、その近似における誤差によって、正規分布関数を用いた場合とは異なる値が計算される。

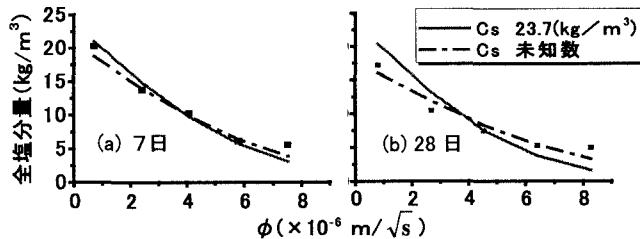


図3 誤差関数における近似曲線

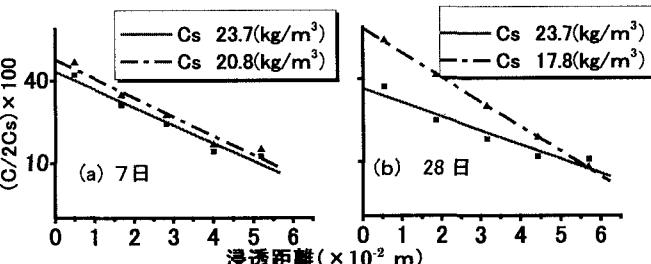


図4 正規分布関数における近似直線

表1 表面塩分濃度と塩化物イオン拡散係数の関係

材齢	表面塩分量 $C_s(\text{kg}/\text{m}^3)$	塩化物イオン拡散係数 $D(\times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s})$		
		誤差関数	正規分布 関数	
7日	測定値	23.7	0.62	1.07
	算定値	20.8	0.81	0.94
28日	測定値	23.7	0.52	1.72
	算定値	17.8	0.97	1.31