（Ｉ－94）　エレメントフリー法を用いた薄板の座屈解析

群馬工業高等専門学校　正 会 員　末武義崇
群馬工業高等専門学校　学生会員　細沼　裕

１．まえがき

エレメントフリー法は、要素分割を必要としない新しい数値解析手法として、様々な分野への応用が試みられている。筆者らも、Lagrangeの多項式を変位関数として用いることで、移動最小二乗法に基づく既往のエレメントフリー法[1]とは別個のアプローチを模索してきた。実際、構築した新たなエレメントフリー法を、梁の大たわみ解析[2]や初期たわみを有する薄板の飛び移り座屈解析[3]に適用し、厳密解や有限要素解との比較を通じ、その妥当性や有用性を明らかにしてきた。

筆者らが考案したLagrangeの多項式に基づくエレメントフリー法は、重み関数を用いない簡明さと、基本境界条件を直接的に評価しうることを大きな特徴としている。また、筆者らは、数値解の収束性に関し、Lagrangeの多項式が"consistency[1]"を満足することを示した[3]。

本研究では、評価点に付随するサポート領域の変化に伴う変位関数の連続性について考察する。また、これまでとは別個の解析例として、面内圧縮力を受ける薄板の後座屈問題を取り上げ、各種パラメータの変化が数値解の変動にどのような影響を及ぼすか定量的な検討を行った。

２．変位関数の連続性

本研究のエレメントフリー法では、評価点近傍にサポート領域を設定し、評価点の関数値とサポート領域内の節点値とをLagrangeの多項式によって結びつけることになる。その際、図１に示すように、評価点の位置が変化すればサポート領域に含まれる節点の集合も変化し、変位関数の連続性が保持されなくなる可能性がある。簡単のために節点配置が均等な１次元の場合を例に取って考える。例えば、節点iの左側の評価点Pに付随するサポート領域１に含まれる節点が０からＮまでとすれば、右側の評価点Qに付随するサポート領域２には、節点１から節点Ｎ＋１までが含まれる。従って、２つの評価点P、Qと各節点とを結びつけるLagrange多項式も、次式のように別個の多項式として区別しなければならない。

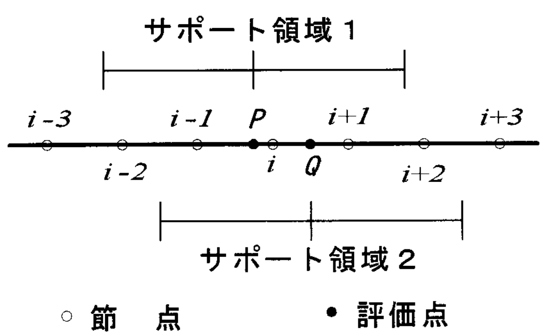

図１．評価点とサポート領域の関係

$$[\text{評価点}P]\quad \omega(\xi)=\sum_{j=0}^{N}\omega_j\varphi_j(\xi)\quad ,\qquad [\text{評価点}Q]\quad \tilde{\omega}(\xi)=\sum_{j=1}^{N+1}\omega_j\tilde{\varphi}_j(\xi)\qquad (1)$$

Lagrange多項式の定義によれば、節点iの左極限と右極限とが一致し、$\omega(\xi_i-0)=\tilde{\omega}(\xi_i+0)$が成り立つことは明らかである。一方、２つのLagrange基底$\varphi_j(\xi)$および$\tilde{\varphi}_j(\xi)$は全く別個の基底であるから、導関数の左極限$\omega^{(n)}(\xi_i-0)$と右極限$\tilde{\omega}^{(n)}(\xi_i+0)$とは必ずしも一致しない。従って、Lagrangeの多項式を変位関数として用いた場合、全ての点でC_0連続性が保たれるが、C_1以上の連続性については、各節点の位置において保持されないことになる。これまでのところ、こうした導関数の不連続性に基づく致命的な欠陥は見いだせていないものの、必ずしもその影響について明らかにできたわけでもなく、今後詳細な検討が必要である。

キーワード：エレメントフリー法，薄板，有限変位解析，Lagrange多項式，座屈
〒371-8530　前橋市鳥羽町５８０　群馬高専　環境都市工学科　TEL: 027-254-9189　FAX: 027-254-9183

3．解析モデル

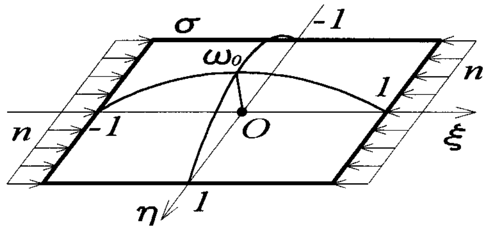

図2．面内圧縮力を受ける薄板

表1．各種パラメータの値

	パラメータの数値
ρ	0.4 ～ 1.0
積分次数	3 ～ 10
セル総数	3×3, 4×4, 5×5, 6×6, 7×7

本研究では、図2に示したような、面内に一様圧縮力を受ける周辺単純支持平板の後座屈問題を解析例として採用する。数値計算にあたっては、総節点数を $11\times 11=121$、縦横比 1、幅厚比 0.01、Poisson 比 $\nu=0.3$、中央点の初期たわみ $\omega_{C0}=0.01$ とした。初期たわみの形状は、図2に示したような2方向正弦半波の形とした。変化させたパラメータは、表1に示したとおりである。非線形計算に際しては、中央点のたわみを制御パラメータとする変位増分法を用いることとし、各増分区間ごとに Newton 法のアルゴリズムに従った収束計算を実施した。収束判定については、反復計算の際に得られる不平衡力ベクトルの大きさが、変位増分に対応する増分荷重の 0.1 %未満になるまでとした。各区間で与えた変位増分は 0.02 で常に一定とし、総ステップ数を 100 として計算を行った。

4．解析結果および考察

解析結果を図3および4に示す。図は縦軸に圧縮荷重を座屈荷重で割って正規化した量を、横軸に中央点のたわみをそれぞれとって示したものである。図3は、Herrmann の混合法による解析との比較結果を示したもので、実線が板領域の4分の1を 200 分割したモデルの解析結果、破線が 50 分割の解析結果、プロットがエレメントフリー解析の結果をそれぞれ表している。エレメントフリー解析については、サポートパラメータ $\rho=0.2$、セル総数 $5\times 5=25$、Gauss 積分次数 3 とした。両者の比較から明らかなように、本研究のエレメントフリー解析は、比較的妥当な数値解を与えていることがわかる。図4は、各種パラメータの変動が解析結果に及ぼす影響の一例であり、セル総数を $5\times 5=25$、Gauss 積分次数を 5 でそれぞれ固定し、サポートパラメータ ρ を変化させた場合の数値解の変動を示したものである。図を見ると、変形の大きな領域における3者の差が著しいことがわかる。また、比較的変形の小さな領域においても、$\rho=0.6$ の場合は、他の2者に比べて圧縮荷重をやや大きめに評価している様子がわかる。

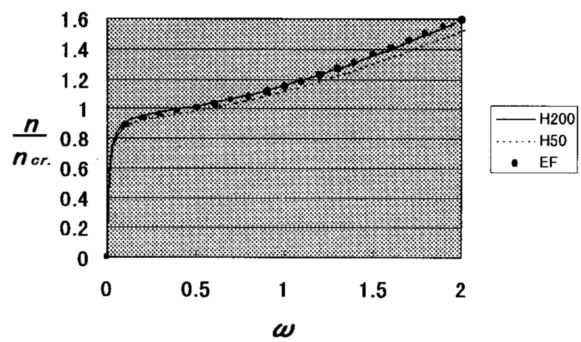

図3．有限要素解析結果との比較

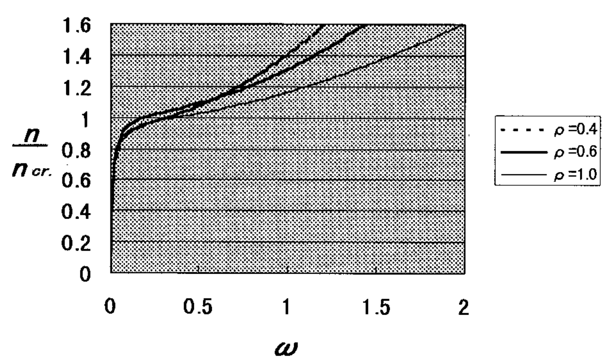

図4．サポートパラメータの影響

参考文献

[1]T.Belytshko et al., Compt. Meth. Appl. Mech. Engrg., 139 (1996). [2] Y.Suetake, Finite Element Applications, PVP-Vol.370, ASME (1998). [3]末武, 計算工学会講演会論文集, 4 (1999).