

(I - 73) 等価介在物法を用いた立体ラーメン構造の弾塑性解析

早稲田大学大学院 学生員 服田 雅雄
早稲田大学理工学部 正会員 依田 照彦

1、はじめに

鋼構造物が過大な荷重を受け鋼部材の塑性域が広がることに伴う非線形現象の解析理論や解析手法の発展は著しい。しかしながら、非線形解析すなわち弾塑性解析を、現在普及している一般のパソコンで行うことは必ずしも容易でない。このため、計算速度を上げることが弾塑性解析を日常的に導入できるようにするための必須の条件である。

有限要素法による通常の弾塑性解析では、構造物の一部分の剛性が変化する度に構造物全体の剛性マトリクスを作成しなければならない。さらにその構造物の変位を求めるためには全体剛性マトリクス方程式をその度に解くという作業が必要となる。実際の解析では塑性域が限られており、それほど大きく変形する領域までの計算は必要としない場合が多い。したがって、連立方程式の計算に多くの計算時間を費やすのは得策とは思われない。

本研究では、マトリクス構造解析法に等価介在物法を用いた弾塑性解析の手法を用いる。この手法は、剛性の変化を変形以前の構造物に置き換えて解析するため、前に述べた通常の有限要素法に必要な、変形に応じて全体剛性マトリクスを作成し直して解くという作業を行わない。このため、解析が簡易化できるという点で有効な手段である。数値計算例として、中空円形断面の立体ラーメン構造を用いた。

2、解析手法

2・1 等価介在物法を用いた非線形計算手法

(1) 等価曲げモーメント $M_{x,y}^*$

弾性桁の曲げモーメント $M_{x,y}$ は、次式で示される。

$$M_{x,y} = -EI \cdot \phi \quad (1)$$

ここに、 $E I$: 曲げ剛性、 ϕ : 曲率

そこで、不均質な剛性(塑性領域)を持つ桁に等価曲げモーメント $M_{x,y}^*$ と等価せん断荷重 $V_{x,y}^*$ を作用

させる。つまり、これらの等価荷重を用いることにより等価性を保証する。これを式(1)に適用する。

$$M_{x,y} = -EI \cdot \phi - M_{x,y}^* \quad (2)$$

ここに、等価せん断荷重 $V_{x,y}^*$ は等価曲げモーメント $M_{x,y}^*$ により決定される^{1), 2)}。

(2) 等価ねじりモーメント M_z^*

等価ねじりモーメント M_z^* は式(3)、その変位 θ^* はねじりモーメント M_z を用いて式(4)と表せる。

$$M_z^* = \frac{GJ}{L} \theta^* \quad (3)$$

$$\theta^* = \frac{M_z L}{(GJ)'} \quad (4)$$

式(3)と式(4)から

$$M_z^* = \frac{GJ}{(GJ)'} M_z \quad (5)$$

ここに、 $G J$ は弾性時のせん断剛性、 $(G J)'$ は塑性時のせん断剛性である。

3、数値計算例

3・1 計算モデル

数値計算例は、図-1のような円形中空断面を持つL字型立体ラーメン構造である。図中の奥行き方向(Y方向)に水平荷重Hを漸増させる。以下に、計算例の材料定数を記す。

曲げ弾性係数 $E = 2.1 \times 10^4$ (kgf/mm²)

せん断弾性係数 $G = 8.27 \times 10^3$ (kgf/mm²)

ねじり定数 $J = 2.15 \times 10^6$ (mm⁴)

降伏軸力 $N_y = 3.0 \times 10^3$ (kgf)

降伏曲げモーメント

$M_{x,y}, M_{y,y} = 2.42 \times 10^6$ (kgf・mm)

降伏ねじりモーメント

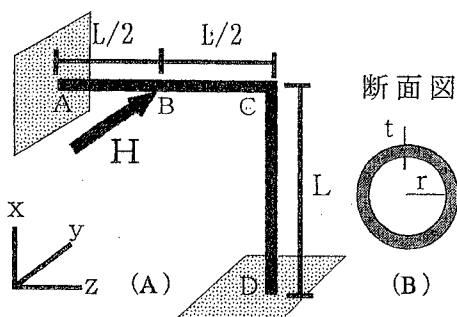
$M_{z,y} = 1.39 \times 10^6$ (kgf・mm)

長さ $L = 520$ (mm)

キーワード：立体骨組構造、弾塑性解析、マトリクス構造解析

連絡先：早稲田大学理工学部 〒169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1 Tel&Fax : (03)5286-3399

半径 $r = 50$ (mm)、板厚 $t = 3$ (mm)



図－１ 数値計算モデル

3・2 部材の降伏の判定

部材の降伏の判定条件は次式をみたす 2 方向の曲げモーメント、ねじりモーメントおよび軸力である³⁾。

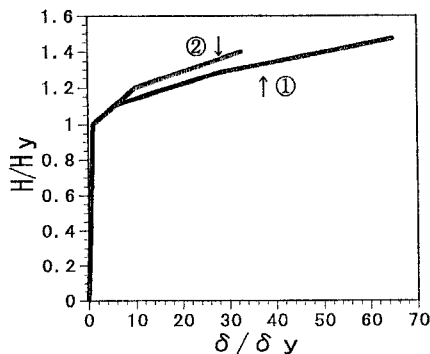
$$\left(\frac{M_x}{M_{xy}}\right)^2 + \left(\frac{M_y}{M_{yy}}\right)^2 + \left(\frac{M_z}{M_{yz}}\right)^2 + \left(\frac{N}{N_y}\right)^2 - 1 = 0 \quad (6)$$

この時、曲げ弾性係数 E およびせん断弾性係数 G は降伏後に $1/100$ に低下するものとした。また、本研究では曲げモーメントとねじりモーメントを個々に降伏判定する方法とも比較をした。

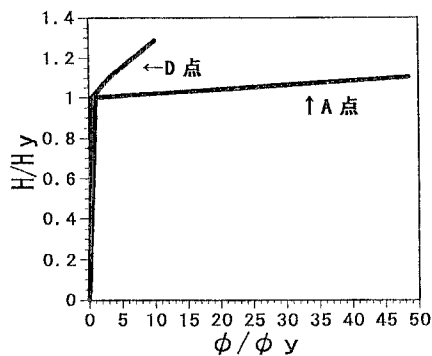
4. 解析結果と考察

図－2 は、水平変位 H と B 点の変位との関係を無次元化したものである。ここに、図中における無次元化量のうち H_y 、 δ_y 、 ϕ_y はそれぞれ降伏を起こした時点での荷重、変位、曲率を示している。最初に塑性を始めるのは A 点、次に D 点である。このことは、図－2 の変位の増加変化と一致する。また、塑性判定式の相違によって、変位の変化は異なる。曲げモーメントとねじりモーメントとの相関を考えた式 (6) を用いた方法 (曲線①) が、曲げモーメントとねじりモーメントとを別々に降伏判定する方法 (曲線②) より、各々の部分において塑性化が早く起きる。図－3 は、荷重と曲率の関係を無次元化したものである。D 点は

その近傍が塑性化する以前に、他の部分の塑性化の影響を受ける。このため、A 点と D 点とは同じ変化をしない。以上の結果より、等価ねじりモーメントの定式化は妥当であると思われる。また、軸力もねじりモーメントと力学的に同様であることから、等価軸力についても考慮できる。



図－2 荷重と変位の関係



図－3 荷重と曲率の関係

5. 結論

等価曲げモーメントおよび等価ねじりモーメントを用いる等価介在物法は、立体ラーメン構造の弾塑性解析においても簡易に妥当な結果が得られる手法であることが分かった。

参考文献

- 1) 山口栄輝、堀 宗朗、久保喜延：等価介在物法を用いた平面骨組構造物の弾塑性解析、構造工学論文集、Vol.41A、pp.9-14、1995.
- 2) 谷口 望、依田照彦：波形鋼板ウェブを持つ合成桁の簡易曲げ解析法に関する研究、土木学会論文集、No.577/I-41、pp.107-120、1997.
- 3) 永野裕康：立体骨組構造の弾塑性強度解析法、構造工学における数値解析法シンポジウム、第 18 巻、pp.483-488、1993.