

(I-37) 並列 ALE 有限要素法によるダム湖のスロッシング解析

中央大学大学院 学生員 ○田中聖三
日本工営株式会社 正会員 桜庭雅明
中央大学 正会員 櫻山和男

1. はじめに

地震によるタンクやダム湖などのスロッシング現象に対する安全性の評価は構造物の設計において重要な問題である。この問題に対する数値解析手法として多くの手法が提案されているが、その中でも ALE 法は自由表面形状および流れの 3 次元的構造を正確に捉えることのできる有効な手法¹⁾²⁾である。

本報告は、地震動によるダム湖のスロッシング解析に対して ALE 表記に基づく並列安定化有限要素法を適用し、地震波応答解析により得られた地震動波形データを入力データとした解析手法について提案するものである。数値解析例として、矩形ダムモデルの地震動に対する水面応答解析を行う。

2. 数値解析手法

(1) 基礎方程式と離散化

非圧縮粘性流体の基礎方程式は ALE 表記による Navier-Stokes の運動方程式と Euler の連続の式である。基礎方程式に対して空間方向の離散化に $P1/P1$ 要素を用いた安定化有限要素法 (SUPG/PSPG 法)³⁾ を適用すると、以下の有限要素方程式を得る。

$$(\mathbf{M} + \mathbf{M}_\delta) \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} + (\mathbf{K}(\bar{\mathbf{u}}_j) + \mathbf{K}_\delta(\bar{\mathbf{u}}_j)) \mathbf{u}_i - (\mathbf{C} - \mathbf{C}_\delta) \frac{1}{\rho} p + \nu \mathbf{S} \mathbf{u}_i = (\mathbf{N} + \mathbf{N}_\delta) \mathbf{f}_i \quad (1)$$

$$\mathbf{C}^T \mathbf{u}_i + \mathbf{M}_\varepsilon \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} + \mathbf{K}_\varepsilon(\bar{\mathbf{u}}_j) \mathbf{u}_i - \mathbf{N}_\varepsilon \mathbf{f}_i + \mathbf{C}_\varepsilon \frac{1}{\rho} p = 0 \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{u}_i$ は流速、 $\bar{\mathbf{u}}_i$ は相対流速、 p は圧力、 ν は動粘性係数、 ρ は密度、 $\mathbf{f}_i$ は物体力であり、 $\mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{C}, \mathbf{S}, \mathbf{N}$ は係数行列である。特に添字 δ, ε は、それぞれ SUPG 項、PSPG 項に由来するものである。式 (1), (2) に対して時間方向の離散化に準陽の Euler 法を適用し、マトリックス表記すると以下のような連立 1 次方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{\mathbf{M} + \mathbf{M}_\delta}{\Delta t} \right) & -(\mathbf{C} - \mathbf{C}_\delta) \\ \left(\mathbf{C}^T + \frac{\mathbf{M}_\varepsilon}{\Delta t} \right) & \mathbf{C}_\varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_i^{n+1} \\ \frac{1}{\rho} p^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_i^n \\ \mathbf{d}_i^n \end{bmatrix} \quad (3)$$

$\mathbf{b}_i^n, \mathbf{d}_i^n$ は、それぞれ運動方程式、連続式の既知項をまとめたものである。

(2) 解析領域の更新

ALE 法は、移動境界と物質粒子の相対的な速度を考慮し、解析領域を更新することで物体の形状を表現することに特徴がある。本手法では、移動境界上での時間ステップ間における節点変位量を境界値として領域内の節点に関するラプラス方程式を解くことにより、解析領域内の各節点の変位量を求める方法を用いている。

$$\mathbf{A} \phi = 0 \quad (4)$$

$$\phi = \hat{\phi} \quad \text{on } \Gamma \quad (5)$$

ここに、 $\mathbf{A}$ はラプラシアン行列、 ϕ は節点の変位量、 $\hat{\phi}$ は移動境界 (自由表面+底面) 上での節点変位量である。

(3) 並列計算法

本並列計算手法は、分散メモリ型並列計算機を対象として領域分割法に基づく方法を採用する。領域分割法としては、平面 2 次元メッシュに対して Greedy アルゴリズムに基づく領域分割法⁴⁾を適用し、その情報を鉛直方向に各プロセッサにおいて均等に積み上げていく Slice 型領域分割法⁵⁾を用いた。

本手法において陰的に解くべき連立 1 次方程式は式 (3) と式 (4) であり、この部分の計算が全 CPU 時間に対して支配的となる。前者の連立 1 次方程式の解法として、Element-by-Element Bi-CG STAB 法を用い、後者は Element-by-Element SCG 法により解く。本研究での並列化手法の開発に伴って隣接プロセッサ間通信と全プロセッサ間通信の 2 種類の通信が発生する。隣接プロセッサ間通信は、領域境界上の節点に対して要素の重ね合わせを完成させるための通信であり、全プロセッサ間通信は連立 1 次方程式の解法内でのベクトルの内積計算で必要となる通信である。各プロセッサ間での通信には、通信ライブラリーの中でも汎用性の高い MPI (Message Passing Interface) を用いた。

3. ダム湖のスロッシング解析

(1) 計算条件と解析結果

解析対象として、ロックフィルダムの地震動に起因するスロッシング現象に対する安定性 (越流の有無) の検討を取り上げる。解析モデルとして、図-1 のような、矩形の底面と勾配 約 1:2.5 の斜面を有する 3 次元領域を考える。初期水位は、底面より 29.0m とし、26.0m 以上の斜面は鉛直壁として取り扱う。有限要素には、四面体要素を用い、総節点数:10725、総要素数:55296 となっている。ダム内部に貯められた流体は水と仮定するため、密度 ρ および動粘性係数 ν はそれぞれ、 $1.0 \times 10^3 [\text{kg}/\text{m}^3]$ 、 $1.0 \times 10^{-6} [\text{m}^2/\text{sec}]$ となる。境界条件として、底面および斜面では *non-slip* 条件、鉛直壁では *free-slip* 条件を課す。加振条件とし

Key Word: 並列有限要素法, ALE 法, スロッシング解析
〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27
TEL 03-3817-1815, FAX 03-3817-1003

表-1 並列計算機仕様

自作PCクラスター型並列計算機	
CPU	Pentium II
Clock cycle	400MHz
Cache size	512KB
Memory size	512MB
O.S.	Linux-2.0.34
Network	100Base-Tx

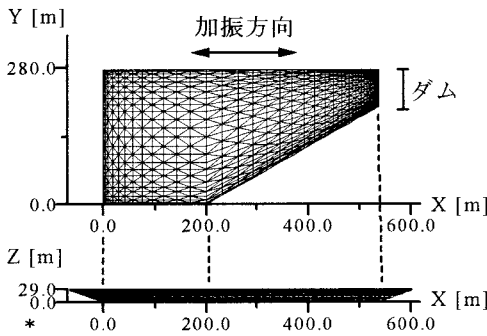


図-1 ダム底面(上)とダム側面(下)

ては、地震波応答解析により得られたダム外壁の水平移動速度(図-2)を用いる。地震波応答解析については、参考文献⁶⁾に詳しい。

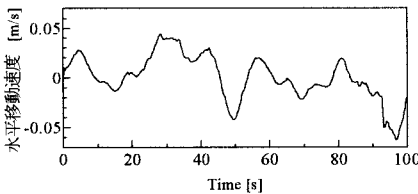


図-2 入力データ

図-3にダム部分での水位の時刻歴を示す。この結果より、地震動により励起された非線形性の卓越した水面応答を捉えることができています。また、このモデルにおいて水面応答波高は、調整池最高水位に対する余裕高さ3.5[m]に対して、十分余裕のあるものであり、越流に対する安全性は満足しているものであるといえる。しかしながら、今回の解析でダムの形状は矩形の単純なものであったが、実際は曲面や底面に段差を有する複雑な形状であるので、こちらを考慮に入れた解析を行う必要がある。

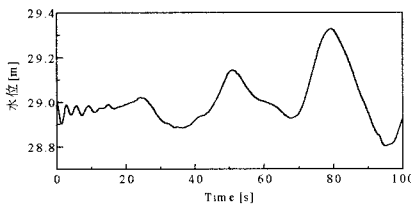


図-3 ダム部分での水位の時刻歴

(2) 並列化性能評価

先の数値解析例において並列化性能評価を行う。並列計算機には、8台のPC(Personal Computer)をEthernetで接続した自作のPCクラスター型並列計算機⁷⁾を用いる。仕様を表-1に示す。図-4に演算速度倍率と並列化効率を示すが、ここでの演算速度倍率は、プロセッサを2台使用し

た場合を基準としたものであり、並列化効率は演算速度倍率が理想倍率と等しくなる場合を100%としている。この図より、高性能な並列計算が実現できている。

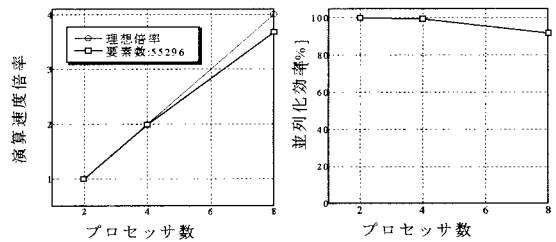


図-4 並列化性能評価

4. おわりに

本報告では、地震動によるダム湖のスロッシング解析に対してALE表記に基づく並列安定化有限要素法を適用した。入力データとしては、地震波応答解析により得られた地震動波形データを用いた。数値解析例として、矩形ダムモデルの地震動に対する水面応答解析を行い、本解析手法の有効性を検討し、以下の結論を得た。

- 矩形ダムモデルのスロッシング解析において、非線形性の卓越する水面応答を捉えることができた。
- 並列化性能評価において高い並列化効率を得ることができ、本並列計算手法の有効性を示すことができた。

今後の課題として、実際の複雑なダム形状を考慮した解析を行う予定である。

謝辞:本研究で用いた地震動波形データは、日本工営株式会社大角恒雄氏よりご提供頂いた。ここに記して感謝の意を表明します。

参考文献

- 1) Okamoto, T and Kawahara, M : 'Two-dimensional sloshing analysis by the Arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element methods' : *Proceeding of JSCE* : **441** : 1-18, pp39-48 : 1992
- 2) T.Nomura : 'ALE finite element computations of fluid-structure interaction problems' : *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* : **112** : pp291-308 : 1994
- 3) T.E.Tezduyar, S.Mittal, S.E.Ray and R.Shih : 'Incompressible flow computations with stabilized bilinear and linear equal-order-interpolation velocity-pressure elements' : *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* : **95** : pp221-242 : 1992
- 4) C.Farhat: A simple and efficient automatic FEM domain decomposer: *Computers & Structures* : **28** : pp576-602: 1988.
- 5) 桜庭雅明, 田中聖三, 玉城宏幸, 樫山和男: 大規模自由表面流れ解析のためのALE並列有限要素法: 応用力学論文集: **2**: pp233-240: 1999.
- 6) 原田隆典, 大角恒雄, 奥倉英世: 3次元直交座標系における波動場の解析解とその地震波形成への応用: 土木学会論文集 No.612/I-46: pp99-108: 1999.
- 7) 須江章, 桜庭雅明, 樫山和男: PCクラスターを用いた自作並列計算機の構築とその有効性の検討: 計算工学講演論文集: **4**: pp389-392: 1999.