

中央大学大学院 学生員 ○須江 克章
 日本工営株式会社 正会員 桜庭 雅明
 中央大学 正会員 樫山 和男

1. はじめに

近年の計算機性能の飛躍的な向上により、数値解析対象は二次元から三次元へ、そしてより複雑な形状へとなっている。この様な対象の変化に伴い、三次元任意形状に対して確実かつ迅速な自動要素生成法の開発が必要とされている。

本論文では、三次元任意形状に対してDelaunay分割に基づく四面体要素生成の構築を行う。Delaunay分割法は半自動的に要素生成を行うことができ、また生成される要素形状が幾何学的に良好であるといわれている。しかしながら、Delaunay分割法はそのままでは三次元空間内の凸・凹を認識することができず、すべてを四面体で分割してしまうという問題点を有している。そこで、本論文では、この問題点を解決する一方法を提案し、その有効性について検討する。

2. 三次元Delaunay分割法による四面体生成

図-1に本システムの流れを示す。

(1) 三次元形状の入力データ

三次元形状の入力データは、CADの中間ファイルとして広く用いられているDXFファイルより抽出する。DXFファイルはAsciiデータなので、任意に読み書きを行うことができる。抽出する情報として、「Delaunay分割」に関しては節点情報（節点数とそれぞれのx,y,z座標値）、「非凸領域に対する処理」に関しては三次元形状の表面三角形情報を用いる。

(2) 凸領域における四面体生成

凸領域における四面体生成法として、Delaunay分割法を採用する。各手順を以下に示す。

Step.1 仮想四面体の導入

節点を全てその内部に包含し得る仮想の四面体（スパー・テトラヘドロン）を設置する。この仮想の四面体を設置することにより、新たな節点を追加するとき常にいずれかの四面体内に位置することになるため、第一番目の節点設置から最後の節点設置まで要素生成を同じ手順で行うことができ、アルゴリズムの統一が可能となる。

Step.2 修正される四面体の探索

新たに節点を設置し、その節点を包含する外接球を有する四面体をすべて拾い出す。すなわち、“各四面体の外接球の半径”が“外接球中心座標と新しい節点座標の距離”より小さな四面体を探し出す。

Key Words: Delaunay 分割法, 四面体要素生成, 有限要素法

〒112-8551 東京都文京区春日1-13 27

TEL. 03-3817-1815 , FAX. 03-3817-1803

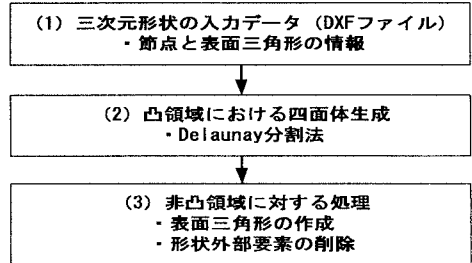


図-1 四面体要素生成手順

Step.3 新たな四面体分割

拾い上げられた四面体集合において互いに接続面となっている共有三角形を取り除き多面体を形成する。形成された多面体を構成するその表面三角形と新しく設置した節点とで新たな四面体を生成する。

”Step.2, 3の作業を節点数だけ繰り返す”

Step.4 仮想四面体の削除

全ての節点配置が行われ四面体生成が完了した後、この仮想四面体を構成する4節点を含む四面体を取り除くことで、残った四面体群は与えられた節点に対する四面体生成となる。

(3) 非凸領域に対する処理

Delaunay分割法は、三次元空間内の凹・凸を認識できず全ての領域を四面体で分割してしまうため、四面体生成を行った後に形状外部に生じた要素を取り除く必要がある。本研究ではこの作業を2つに分けて行う。はじめに領域の境界を認識するための表面三角形を作成し、次にこの表面三角形を用いて形状外部に生じた要素を削除する。

a) 表面三角形の作成

Step I として、CADから得られる形状の表面三角形情報を用いてその形状の各平面についての表面三角形群と節点群を求める。この作業を全ての平面に対して行う。以下にその手順を示す。

「Step I : CADの表面三角形情報」

- 1 CADの表面三角形情報より表面三角形の平面方程式を求める。
- 2 この平面方程式を用いて、その平面上の表面三角形を全て拾い出す。
- 3 得られた表面三角形群の接合条件より平面上の節点を全て求める。この節点群を形状表面の節点群とする。

Step II として、Step I で得られた各平面についての表面三角形群と節点群の情報とDelaunay分割で作成された四

面体要素の情報を用いて表面三角形を作成する。Delaunay 分割で作成された四面体要素の情報を用いることで、生成された四面体要素群に適した表面三角形を得ることが出来る。以下にその手順を示す。

「Step II : Step I + Delaunay 分割の四面体情報」

- 4 Delaunay 分割で作成された四面体要素の4つの表面三角形と Step I で得られた形状表面の節点群とを照らし合わせ、表面三角形の全ての節点が形状表面の節点群に含まれれば、その三角形は形状の表面三角形候補である。
- 5 形状の表面三角形候補の重心を求める。この重心が Step I の表面三角形群に含まれれば、この表面三角形候補を形状の表面三角形とする。

図-2(a)は三次元CADソフト Form・Z(auto・des・sys 社)を用いて作成した「六角柱 + 直方体」のモデルを示している。図-2(b)にCADで与えられた表面三角形を示し、図-2(c)に上記Step I, II で作成された表面三角形を示す。図-2(b)と図-2(c)を比較すると四角形 1-2-7-8 において対角線による表面三角形の差異を見ることができる。

b) 形状外部要素の削除

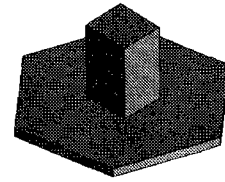
Delaunay 分割で生成された四面体要素から作成した表面三角形を用いて、形状外部に生じた要素の削除を行う。生成された四面体群に適した表面三角形を用いることで、形状内外の判定を誤ることなく形状外要素を認識することができる。以下に形状外要素の探索方法を示す。

「表面三角形情報 + Delaunay 分割の四面体情報」

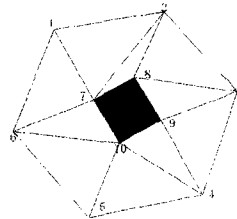
- 1 表面三角形全ての節点を含む四面体要素を拾い出す。形状内要素が必ず1つあることから、対象となる要素は2つ組になっている必要がある。
- 2 対象となる要素に対してそれぞれ形状内外判定を行う。形状内外の判定は四面体要素の体積の正負で行う。
- 3 探索された形状外要素を起点として隣接する要素をそれぞれ探索する。隣接する面が形状の表面三角形である場合は探索を停止する。探索された要素を形状外要素とする。
- 4 上記1〜3までを全ての表面三角形について行う。

3. 適用例

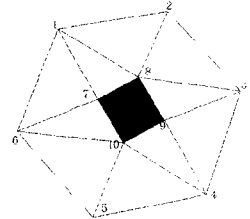
図3-(a)に三次元CADソフトにより作成されたトーラスモデルを示す。このモデルに対してDelaunay分割し得られた四面体群を図3-(b)に示す。図3-(b)の様にDelaunay分割では形状外部にも四面体要素が生じてしまう。そこで、この四面体群に対して形状外要素の取り除きを施した後の有限要素分割を図3-(c)に示す。全ての形状外要素を取り除くことができ、非凸領域に対して要素生成を行うことができた。



(a) CAD モデル

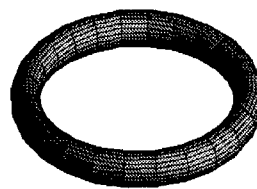


(b) CAD の表面三角形

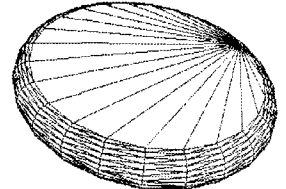


(c) Delaunay の表面三角形

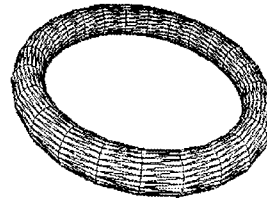
図-2 表面三角形の比較



(a) CAD モデル



(b) Delaunay 分割



(c) 形状外要素を取り除いた有限要素分割

図-3 トーラスモデルの事例

4. おわりに

本報告では、Delaunay 分割に基づく三次元四面体要素生成法の構築を行い、以下の結論を得た。

- (1) 要素生成手法として Delunay 分割を用いたことで、半自動的に要素生成を行うことが可能となった。
- (2) 不要箇所に生じている形状外の要素の削除方法を示し、非凸領域に対して要素生成を行うことができた。

今後は、地形上に橋などの構造物が存在するような複雑領域に対して三次元四面体要素生成を行い、本手法の有効性を確認する予定である。

参考文献

- 1) 谷口 健男, "FEM のための要素自動分割" 森北出版, 1992.
- 2) 谷口 健男, 太田親 "三次元凸体の四面体有限要素自動分割" 土木学会論文集 Np.432/I-16, pp137-144, 1991.
- 3) 谷口 健男, 郷田智彰, 藤後尚史 "任意三次元体の要素分割のためのデローニー三角分割の修正法" 計算工学講演論文集 Vol.3, pp401-402, 1998.
- 4) 清水 仁, "構造物および複雑地形を考慮した地形風数値解析のためのモデリング手法の構築" 修士論文, 1998.