

東京工業大学 学生員 桂 健太郎  
東京工業大学 正員 廣瀬 壮一

## 1.はじめに

異方弹性体に対する超音波非破壊法の定量化・高精度化を進めるにあたり異方性材料における弾性波動の散乱解析を行うことは重要である。その基礎的研究の一つとして、境界要素法による二次元波動散乱解析を行った。解析例として、円筒形空洞による弾性波動の様々な方向の散乱特性を解析し、異方性が散乱特性に及ぼす影響について検討した。

散乱波のうち一探触子法を用いたパルスエコー法を想定した後方散乱波についてはその解析が行われているが[1]、二探触子法を想定した場合、あらゆる方向へのエネルギーの散乱を把握することが必要となる。そこで本報告では境界要素法によって空洞周辺の散乱波の過渡的挙動を可視化して、異方性が波動の散乱現象に及ぼす影響について検討した。また入射角を変化させたときの散乱エネルギーがどの方向に集中しているかについても考察した。

## 2.解析手法

均質、異方、線形な無限弹性体Dにおける $(x_1, x_2)$ 面内での空洞 $D^c$ による2次元散乱問題を考える。異方弹性体を境界要素法によって解析する場合、その基本解が必要となるがここでは Wang and Achenbachにより求められた基本解[2]を利用する。そのとき波動場は次のように積分表現できる。

$$u_j^m(y, t) - \int_{\partial D} \{h_m^S(x-y)u_i(x, t) + h_{ij}^R(x-y, t)*u_i(x, t)\}ds(x) = \begin{cases} u_j(y, t) & y \in D \\ 1/2 u_j(y, t) & y \in \partial D \\ 0 & y \in D^c \end{cases} \quad (1)$$

ここに $h_j^S, h_{ij}^R$ は2重層核の静的特異項と動的正則項を表す。(1,b)を数値的に解くために $u_i(x, t)$ を空間、時間に関する適当な形状関数 $\phi^n(x)$ 、 $\phi^k(t)$ を用いて整理すると

$$\sum_{n=1}^N \left[ \frac{1}{2} \delta_{ij} \delta_{mn} + H_{ij}^S(n, m) + H_{ij}^R(n, m, K, K) \right] u_i^{nk} = u_j^m - \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{n=1}^N [H_{ij}^R(n, m, K, k) u_i^{nk}] \quad (m=1 \sim N, k=1, 2) \quad (2)$$

となる。ただし、

$$H_{ij}^S(n, m) = \int_{\partial D} h_{ij}^S(x - y_m) \phi^n(x) dx \quad (3) \quad H_{ij}^R(n, m, K, k) = \int_{\partial D} h_{ij}^R(x - y_m, t^K) * \phi^k(t^K) \phi^n(x) dx \quad (4)$$

(2)は $u_i^{nk}$ を未知数とする連立方程式であり、 $K=1, 2, \dots$ と順次解く事により各ステップの境界上の点の変位が分かる。また、その結果を(1,a)に代入すると任意の内点の変位も得ることが出来る。式(3),(4)において空間と時間の積分が必要であるが、基本解において座標と時間は対数関数の項のみに含まれており、(3),(4)は解析的に積分できる。最終的に数値積分を行うのは $h_{ij}^R$ に含まれる単位円 $|n|=1$ 上の特異性のない積分のみとなる。

## 3.解析例

図1に示すような無限弹性体における半径 $a$ の円筒形空洞による平面弾性波の散乱問題を考える。弹性体はグラファイトエポキシ複合材料を想定して以下のような弾性定数を用いた。

$$C_{11} = C_{33} = 160.7, C_{22} = 13.92, C_{12} = C_{23} = 6.44, C_{44} = C_{66} = 3.5, C_{55} = (C_{33} - C_{13}) / 2 = 7.07 \text{ (Gpa)}$$

ただし $C_y$ はVoigt定数である。また入射波については $i(i=1, 2)$ 方向の入射波が

$$u_i^m(x, t) = (u_0 / \delta) [p_i H(p_i) - 2(p_i - \delta) H(p_i - \delta) + (p_i - 2\delta) H(p_i - 2\delta)] \quad (p_i = t - c_i^{-1}(x_2 + a), i=1, 2)$$

により与えられる平面擬似P波三角形波とした。(ただし $\delta = 0.25a$ 、Hはステップ関数)

図2は、 $\alpha = 45^\circ$ の平面擬似P波が入射したときの円形空洞周辺における散乱波の伝播挙動を示したものである。入射波の波面が空洞に最初に到達した時刻を $t = 0$ とし、1ステップは無次元化時間 $\sqrt{c_{66}/\rho \Delta t}/a = 0.05$ としている。散乱波は入射直後から入射波の前方あるいは後方ではなく、弾性定数の大きい $\pm x_1$ 方向に伝播

キーワード：異方性、散乱特性、境界要素法、二探触子法、超音波

連絡先：〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1、(TEL: 03-5734-2692)

していくことがわかる。図3は、異方性において入射角を $\alpha=0, 45, 90^\circ$ としたとき角度 $r=5a$ の円周上にある様々な角度 $\theta$ での散乱波の変位振幅を無次元化時間 $\tau=0\sim5$ で二乗積分した値を等方性のそれと比較したものである。これにより、擬似的ではあるが入射角 $\alpha$ を変化させたときの各方向への散乱エネルギーの分布がある程度定量的に把握することが可能になる。異方性の $\alpha=45, 90^\circ$ においては等方性における前方散乱波を上回るエネルギーが $x_1$ 方向に分布していくことがわかる。また、極大点の立ち上がりが鋭く、より散乱エネルギーが集中しているといえる。このことより異方性材料の超音波試験をする際には探触子の位置決めの精度が大きく影響することを示している。

#### 4、結論

境界要素法を用いて異方弾性体における散乱問題を解析した。その結果異方弾性体においては波動の散乱特性が等方性のそれと異なることにより、二探触子法においては探触子の配置により注意をしなければならないことがわかった。今後さらにデータを蓄積し、異方性弾性体の非破壊検査の定量的な評価につなげていきたいと考える。

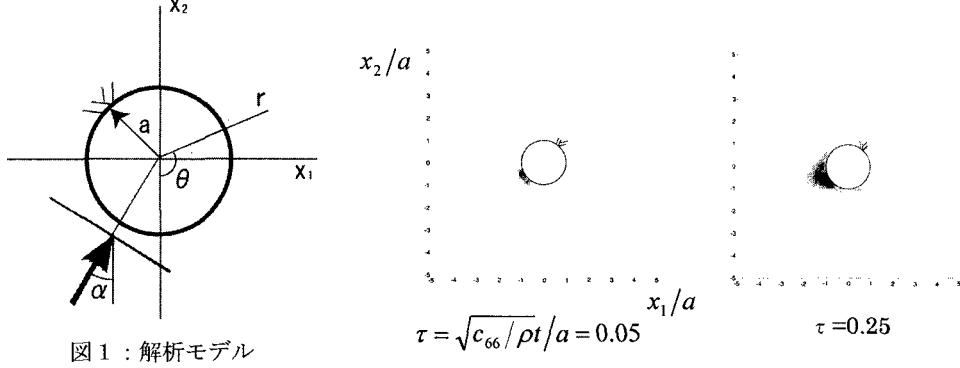


図1：解析モデル

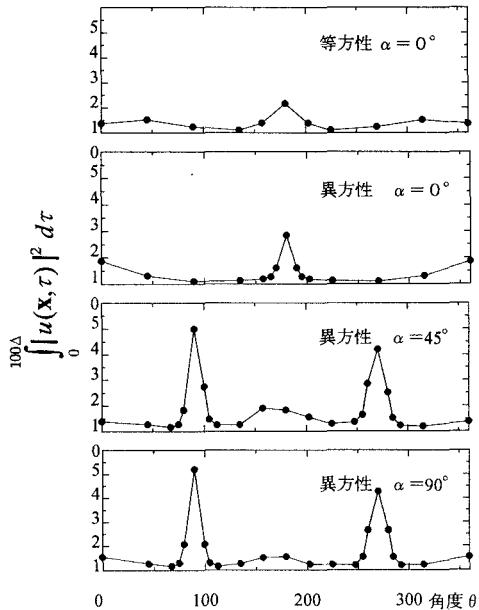


図3：入射角 $\alpha$ を変化させたとき  
の散乱波伝播方向の相違

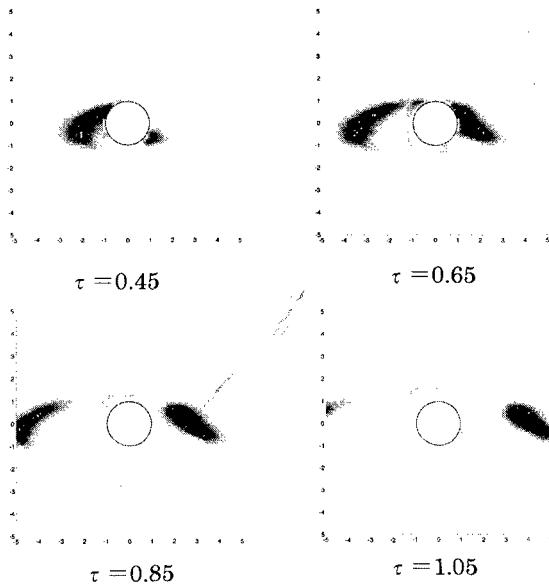


図2：異方弾性体における $\alpha = 45^\circ$ 入射時  
の散乱波の時間変化 ( $\Delta = 0.05$ )

#### 参考文献

- [1]桂健太郎、廣瀬壮一：異方性材料中の欠陥による弾性波の散乱について、第54回土木学会年講概要集 I-A32, pp.64-65, 1999
- [2]C.-Y.Wang and J.D.Achenbach(1994) Elastodynamic fundamental solutions for anisotropic solids, Geophysical J. Int. 118, 384-392.