

(I-28) 実画像モデルを用いたアスファルト混合物の均質化粘弾性解析

中央大学 学生員 ○渡辺公樹
鹿島建設(株) 正会員 宇尾朋之
中央大学 正会員 樫山和男

1. はじめに

アスファルト混合物は主に弾性的性質の骨材と粘性的性質のアスファルトから構成される粘弾性複合材料と言える。このようなアスファルト混合物の個々の材料及び、複合材料としての力学的特性を知ることは道路設計上重要である。従来のアスファルト混合物に対する数値解析の多くは、アスファルト混合物を一つの粘弾性材料と見なしていたため、内部に介在する個々の材料の応力状態まで知ることが困難であった。

そこで本報告では、アスファルト混合物の力学的特性を微視的かつ巨視的に把握することを目的とし、粘弾性体の一般の力学モデルである Voigt モデルに対して均質化法¹⁾を適用した。均質化法は漸近展開手法に基づくマルチスケール法の1つであり、内部微視的構造を考慮することによって微視的及び巨視的な挙動を捉えることを可能とし、近年、様々な問題に対する適用が行われている。なお、数値解析例には一軸圧縮によるクリープ問題を取り上げ、実問題への適用の可能性を検討するために微視的構造モデルにX線CTから得られたアスファルト混合物の実画像モデル²⁾を用いて解析を行った。

2. 基礎方程式

Voigt モデルで示される粘弾性体の支配方程式及び材料構成式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \sigma_{ij}(t)}{\partial x_j} + f_i(t) = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

$$\sigma_{ij}(t) = D_{ijkl}^e \varepsilon_{kl}(t) + \eta_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}(t) \quad (2)$$

ここに $f_i(t)$, D_{ijkl}^e 及び η_{ijkl} はそれぞれは物体力, 弾性係数, 粘性係数を示している。ここで式(2)に対してラプラス変換を適用することによって、ラプラス空間上において線形弾性体の構成式と類似した構成式³⁾となる(式(3))。

$$\bar{\sigma}_{ij}(s) = (D_{ijkl}^e + s\eta_{ijkl}) \bar{\varepsilon}_{kl}(s) \quad (3)$$

以上より、ラプラス空間上における仮想仕事の原理式が次式のように得られる。

$$\int_{\Omega} (D_{ijkl}^e + s\eta_{ijkl}) \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_l} \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} d\Omega = \int_{\Gamma_t} \bar{t}_i \bar{v}_i d\Gamma_t \quad (4)$$

ここに t_i は表面力, u_k は変位である。本解析では物体力 $f_i(t)$ を考慮していないため省略した。

3. 均質化法の導入

均質化法では、対象とする構造物全体(巨視的構造)が任意の周期性を持った微視的構造で構成されているものとする。巨視的構造の座標系 x と微視的構造の座標系 y との

関係は、スケール比を表すオーダー ϵ を介して $y = x/\epsilon$ と定義される。ここで、ラプラス空間上における全変位 $\bar{u}^\epsilon(s)$ の ϵ に関する漸近展開は式(5)となる。

$$\bar{u}_i^\epsilon(x, y, s) = \bar{u}_i^0(x, y, s) + \epsilon \bar{u}_i^1(x, y, s) + \epsilon^2 \bar{u}_i^2(x, y, s) + \dots + \epsilon^n \bar{u}_i^n(x, y, s) \quad (5)$$

この変位の漸近展開式(5)を1次の項まで考慮し、これを式(4)に代入することにより ϵ のオーダーに関する方程式が得られる。なお、0次の項を巨視的変位、1次の項を微視的変位とする。

$$\int_{\Omega} (D_{ijkl}^e + s\eta_{ijkl}) \left(\frac{\partial \bar{u}_k^0}{\partial x_l} + \frac{\partial \bar{u}_k^1}{\partial y_l} \right) \left(\frac{\partial \bar{v}_i^0}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_i^1}{\partial y_j} \right) d\Omega = \int_{\Gamma_t} \bar{t}_i \bar{v}_i^0 d\Gamma_t \quad (6)$$

さらに式(6)を微視的及び巨視的な変数のみからなる方程式に分離することによって、微視的方程式及び巨視的方程式が得られる。この変数の分離された微視的方程式が唯一の解を持つと仮定する。このとき微視的変位はラプラス空間上で変数分離された式(7)で表される⁴⁾。

$$\bar{u}_k^1(s) = -\chi_k^{mn}(s) \frac{\partial \bar{u}_m^0(s)}{\partial x_n} + \bar{u}_k^1(s) \quad (7)$$

ここに $\chi_k^{mn}(s)$ は特性関数と呼ばれるもので、微視的な変位の乱れを表している。また、 $\bar{u}_k^1(s)$ は任意の微視的変位を示している。式(7)を変数分離された微視的方程式及び巨視的方程式それぞれに代入し、さらに逆ラプラス変換を適用することにより、最終的な微視的方程式(8)及び巨視的方程式(9)が得られる。

<微視的方程式>

$$\int_Y D_{ijkl}^e \frac{\partial \chi_k^{mn}(t)}{\partial y_l} \frac{\partial v_j^1}{\partial y_j} dY + \int_Y \eta_{ijkl} \frac{\partial \chi_k^{mn}(t)}{\partial y_l} \frac{\partial v_j^1}{\partial y_j} dY = 0 \quad (8)$$

<巨視的方程式>

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} D_{ijmn}^H \frac{\partial u_m^0(t)}{\partial x_n} \frac{\partial v_i^0}{\partial x_j} d\Omega \\ & + \int_{\Omega} \eta_{ijmn}^H \frac{\partial \dot{u}_m^0(t)}{\partial x_n} \frac{\partial v_i^0}{\partial x_j} d\Omega \\ & - \int_{\Omega} H_{ijmn}^{\eta H}(t) \frac{\partial u_m^0(0+)}{\partial x_n} \frac{\partial v_i^0}{\partial x_j} d\Omega \\ & - \int_{\Omega} G_{ijmn}^{DH}(t) * \frac{\partial u_m^0(t)}{\partial x_n} \frac{\partial v_i^0}{\partial x_j} d\Omega \\ & - \int_{\Omega} H_{ijmn}^{\eta H}(t) * \frac{\partial \dot{u}_m^0(t)}{\partial x_n} \frac{\partial v_i^0}{\partial x_j} d\Omega \\ & = \int_{\Gamma_t} t_i v_i^0 d\Gamma_t \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 $*$ は Boltzman の畳み込み積分を示している。また、 $D_{ijmn}^H, \eta_{ijmn}^H, G_{ijmn}^{DH}(t), H_{ijmn}^{\eta H}(t)$ は均質化された

Key Word: 均質化法, 粘弾性, アスファルト混合物
〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27
TEL 03-3817-1815, FAX 03-3817-18 3

粘弾性係数であり、次式のように表される。

$$\begin{aligned} D_{ijmn}^H &= \frac{1}{|Y|} \int_Y D_{ijmn}^e(y) dy \\ \eta_{ijmn}^H &= \frac{1}{|Y|} \int_Y \eta_{ijmn}(y) dy \\ G_{ijmn}^{DH}(t) &= \frac{1}{|Y|} \int_Y D_{ijkl}^e(y) \frac{\partial \chi_k^{mn}(t)}{\partial y_l} dy \\ H_{ijmn}^{\eta H}(t) &= \frac{1}{|Y|} \int_Y \eta_{ijkl}(y) \frac{\partial \chi_k^{mn}(t)}{\partial y_l} dy \end{aligned} \quad (10)$$

また、微視的応力についても同様な手順で導出する。

4. 数値解析例

数値解析例として、図1に示すようにアスファルト混合物を想定した円柱供試体モデル(巨視的構造)に対して一軸圧縮(載荷100Pa)によるクリープ問題を取り上げ、微視的構造に介在するアスファルトモルタルの体積含有率の違い(14.6%, 49.1%, 72.1%)が巨視的構造に及ぼす影響について比較検討を行った。用いた供試体モデルの有限要素分割は節点数9537、要素数8192である。また、微視的構造には実画像モデル(図2)及び仮想モデルを用いた。グレーが骨材、黒がアスファルトモルタルと想定している。また、微視的構造の有限要素分割は節点数29791、要素数27000である。また、表1に本解析で用いた材料定数を示す。なお、クリープ時間は1秒間とし、時間積分に関しては完全陰解法を適用し解析を行った。

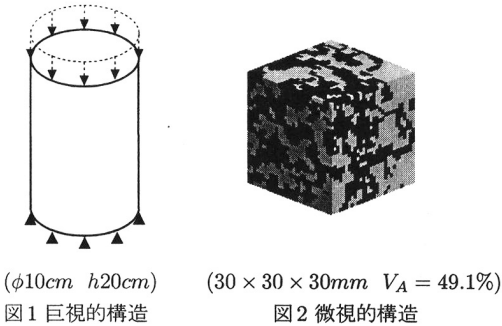


表1 材料定数

	$E(GPa)$	ν	$\mu(GPa \cdot s)$
骨材	30.0	0.30	0.0
アスファルト	1.5	0.35	1.5

5. 解析結果

巨視的構造における軸方向ひずみの時間履歴を図3に示す。どの微視的モデルにおいても時間の経過と共に軸方向ひずみがある一定の値に収束していくのが分かる。また、実画像モデルと仮想モデル(アスファルトモルタルをファイバーと仮定)の軸方向ひずみには差異が見られる。この要因として微視的モデルの幾何形状の違いによって特性関数の乱れが生じ、これが巨視的構造に影響を及ぼしていると言える。また、微視的モデルのアスファルト含有量が少ないほど軸方向ひずみが早く収束し、逆に含有量が多いほど収束が遅いことが分かる。

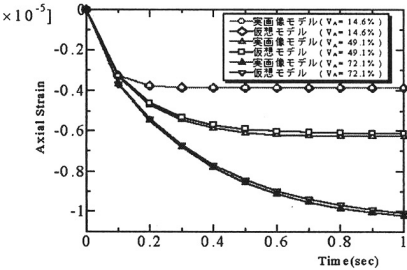


図3 巨視的構造における軸方向ひずみの時間履歴

次に $t = 0.1(s)$ における微視的構造の応力分布図を図4に示す。左が実画像モデル、右が仮想モデルである。両者とも $V_A = 49.1\%$ である。骨材はアスファルトモルタルに比べて高い圧縮応力を受けていることが分かる。また、実画像モデルは骨材の応力のばらつきを捉えることができ、仮想モデルより有効的であると言える。

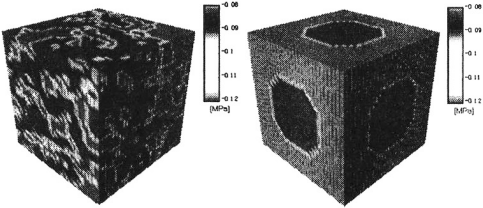


図4 微視的構造の応力分布図(実画像, 仮想モデル)

6. 結論

本報告ではアスファルト混合物の力学的特性を微視的かつ巨視的に捉えるべく、一般的力学モデルの Voigt モデルに対して均質化法を適用した。また、実問題への適用の可能性を検討するため実画像モデルを用いてクリープ解析を行い、以下の結論を得た。

- 1. 内部微視的構造を考慮した粘弾性理論に基づいた数値解析モデルを示した。
- 2. 微視的構造に介在する材料の体積含有率の違い及び幾何形状の違いが全体構造に大きく影響を及ぼすことが分かった。
- 3. 実画像モデルは骨材の応力のばらつきを捉えることができ、本手法において実画像モデルの適用は有効的であると言える。

今後の課題として、粘弾性体の力学的モデルである3要素モデルに対して均質化法を適用し、さらに、定量的な検討をしていく予定である。

参考文献

1) 宇尾朋之, 榎山和男, 寺田賢二郎: ラプラス変換を用いた均質化理論に基づくアスファルト混合物の粘弾性解析, 応用力学論文集, Vol.1, pp195-202, 1998
2) 泉谷隆志, 宇尾朋之, 榎山和男, 寺田賢二郎: X線CTによる均質化法に基づいたアスファルト混合物の粘弾性解析, 応用力学連合講演会講演予稿集, pp369-370, 1999
3) 堀井健一郎, 川原睦人: 有限要素法による粘弾性体の解法, 土木学会論文報告集, No.179, pp.23-35, 1970
4) 寺田賢二郎, 伊東孝, 菊池昇: 均質化法によって導かれる粘弾性体の構成則と数値解析, 計算工学講演会論文集, pp1119-1122, 1997