

1はじめに: 山地斜面における地下水流れの挙動を把握することは、山地流域の降雨流出機構の解明をする上で非常に重要である。著者らは物理的観点に立脚した洪水予測システムの構築を目的とし、これまで山地小流域を集中化して扱う降雨流出モデルを提案してきた¹⁾(以後集中化モデル)。本研究は、現在最も地下水を厳密に表現しうる不飽和浸透理論に基づいた三次元数値解析(以後 Full 不飽和浸透理論)を行い、集中化モデルとの物理的整合性を確認するため比較検討を行った。

2 集中化した不飽和浸透モデル(集中化モデル)

2.1 降雨流出機構のモデル化: 図1は山地小流域谷頭部における降雨流出過程の模式図である。本研究では山地小流域において直接流出の主成分である中間流出を対象に降雨流出機構をモデル化する。斜面における流れに対する連続式に、抵抗則として(1)式の Manning タイプを用いると kinematic wave 方程式(3式)になる。なお単位幅流量 $q(\text{mm}^2/\text{s})$ 、水

$$v = \frac{1}{n} i^p h^m \quad (1) \quad q = vh \quad (2) \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = u(t) \quad (3)$$

深 $h(\text{mm})$ は表層土中の湛水深でかつ勾配 i 、等価粗度係数 n は一様である。Manning の平均流速公式を一般化した(1)式を(2)式に代入し、 q について整理すると(4)式を得る。直接流出は流出寄与域(河道及び河道近傍の湿润領域)のみからの流出と考えると、斜面長は十分短いものと仮定することができる。この条件の下では斜面末端からの流量は斜面長に比例すると考えられ、(5)式のような変数分離形の近似式の成立が仮定しうる。ここに q_* : 流出高(mm/h)、 x : 斜面の任意の座標(m)である。斜面長 L の末端を考えると $x=L$ とおけ、

$$\frac{\partial q}{\partial x} = \alpha \frac{1}{m+1} (m+1) q^{\frac{m}{m+1}} \left(u(t) - \frac{\partial q}{\partial x} \right), \quad \alpha = \frac{1}{n} i^p \quad (4) \quad q(x, t) \approx x q_*(t) \quad (5) \quad \frac{dq_*}{dt} = (m+1) \gamma^{\frac{1}{m+1}} q_*^{\frac{m}{m+1}} (r(t) - q_*) \quad \gamma = \frac{i^p}{nL} \quad (6)$$

(4)式は(6)式のように常微分方程式に変形(集中定数化)できる。(6)式の降雨流出を支配するパラメータは γ 、 m のみで斜面勾配 i 、斜面長 L 、等価粗度係数 n より表現される。 γ 、 m は流域の降雨流出特性を表すものであることがいえる。(6)式が山地斜面からの浸透流出を表す集中化した不飽和浸透モデルの基礎式となる。

2.2 等価粗度の評価²⁾: 山地斜面における流出モデルの基礎式(6)のパラメータ γ を表現する水理係数 n について検討を加える。表層土中の土中水の飽和浸透は Richards の方程式(7式)で表される。ここに Ψ : 圧力水頭、 ω : 斜面勾配、 c : 比水分

$$c \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ k \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} - \sin \omega \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ k \left(\frac{\partial \Psi}{\partial z} + \cos \omega \right) \right\}, \quad c = \frac{\partial \theta}{\partial \Psi} \quad (7)$$

容量、 θ : 含水率、 k : 透水係数である。鈴木³⁾らによると土層厚に比べ斜面の長さが十分に長いとき、斜面方向の圧力水頭の変化を無視しても流量の逓減曲線はほとんど変化しない。このとき(7)式は(8)式のような一次の式になる。次に(8)式を z 方向に積分すると(9)式を得る。これは積分により含水率 θ 及び不飽和透水係数 k を z 方向に平均化したことを意味してい

$$c \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\sin \omega \frac{\partial k}{\partial x} \quad (8) \quad D \frac{\partial \theta}{\partial t} = -D \sin \omega \frac{\partial k}{\partial x} + u(t) \quad (9)$$

る。ここに D : 表層土厚、 $u(t)$: 有効降雨量である。(9)式は X 方向(斜面方向)に一次元化され、kinematic wave の式形になっている。有効含水率 w と不飽和透水係数 k の関係として一般化 Kozney 式³⁾(10式)を用いる。また含水率 θ と有効間隙率の関係は(11)式を用いる。これらをそれぞれ z 方向に平均化し(9)式に代入すると(12)式になる。ここに S_e : z 方向に平均化

$$k = k_s S_e^\beta \quad (10) \quad \theta = S_e \cdot w \quad (11) \quad D w \frac{\partial S_e}{\partial t} = -D k_s \sin \omega \frac{\partial S_e}{\partial x} + u(t) \quad (12)$$

した有効飽和度、 k_s : 飽和透水係数、 β : 土壌の不飽和領域における透水係数の減少を表す無次元パラメータ、 w : 有効間隙率である。窪田³⁾にならいダルシーの法則を不飽和領域に拡張し、 z 方向に平均化すると(13)式が得られる。ここに v : 鉛直方向の浸透速度である。 X 方向の単位幅流量 q について換算すると(13)式は(14)式ようになる。(14)式を Z 方向に平均化

キーワード: 山地小流域、等価粗度、不飽和浸透流

連絡先(東京都文京区春日 1-13-27 中央大学理工学部土木工学科・tel 03-3817-1805・fax 03-3817-1803)

$$v = k \frac{\partial \Psi}{\partial z} = k_s S_e^\beta \frac{\partial \Psi}{\partial z} = k_s \bar{S}_e^\beta \quad (13) \quad q = k_s D \bar{S}_e^\beta \sin \omega \quad (14)$$

した有効飽和度 S_e について整理し、それを(12)式に代入すると(15)式を得る。

$$D \frac{\beta-1}{\beta} w k_s \frac{1}{\beta} \sin \omega \frac{1}{\beta} \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial x} = -E \cos \omega \quad (15)$$

一方(3)式に(1)式を代入すると(16)式が得られる

$$D \frac{\beta-1}{\beta} w k_s \frac{1}{\beta} \sin \omega \frac{1}{\beta} \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial x} = u(t) \quad (16)$$

(15)式と(16)式は同一の現象を kinematic wave 理論からの集中化と、不飽和浸透理論からの集中化という二つの視点から見た等価式であり両式を比較すると(17)式が得られる。特筆すべきことは(16)式より従来実測により合うように決められていた等価粗度 n は、流域の表層土厚 D 、有効間隙率 w 、

$$\beta = m+1, \quad P=1, \quad n = \frac{D^{\beta-1} w^\beta}{k_s} \quad (17)$$

透水係数 k 、透水性の現象の程度を表す無次元パラメータ β の数少ないパラメータで表現できるということである。

3 不飽和浸透理論に基づく数値解析(Full 不飽和浸透理論)：孔質土壌中の水の挙動は Richards の式(7)式に支配され、それを不飽和浸透理論の基礎式とする。(7)式を模式図のように直行座標形におきかえ(7)式を差分化し完全陰解法で解いている。なお時間差分は前進差分、区間差分は中心差分を用いた。境界条件を図2に示すとおり斜面上流端、表層土と不透水層の境界は不透水、斜面下流端は自由流出条件を用いた。

4. 計算条件：集中化モデル、Full 不飽和浸透理論の両数値計算は表1の地形地質諸量を用いて行い、降雨量は表面流が発生しない条件にし表2で示してある二つのケースの下で行った。Full 不飽和浸透理論においては図3の含水率と圧力水頭の関係を用いた。

5. 解析結果：二つの条件の下集中化モデルと Full 不飽和浸透理論を用いて計算を行った結果を図4に示す。この二つのケースからわかるように集中化

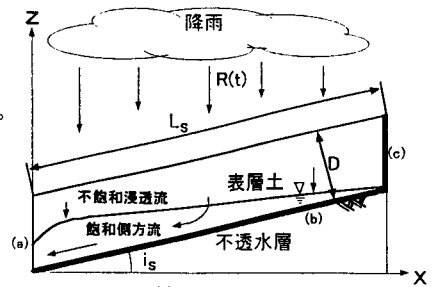


図2 Full 不飽和浸透モデルの模式図

表1 計算に用いた地形地質諸量

	記号	数値
斜面長(m)	L_s	10.6
斜面勾配	i_s	0.22
表層土厚(cm)	D	20
飽和透水係数(cm/s)	k_s	0.0035
有効間隙率	w	0.42
飽和水分量	θ_s	0.42
最小水分量	θ_r	0.01
透水性の減少を表すパラメータ	β	5
等価粗度	n	0.6

表2 降雨条件

	記号	CASE1	CASE2
降雨継続時間(h)	T_r	5	10
降雨強度(mm/h)	R	10.0	10.0

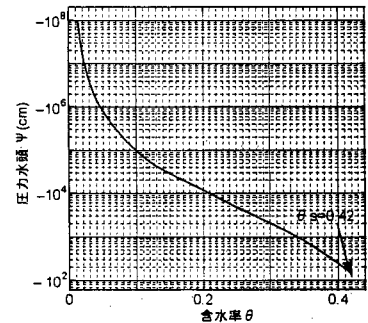
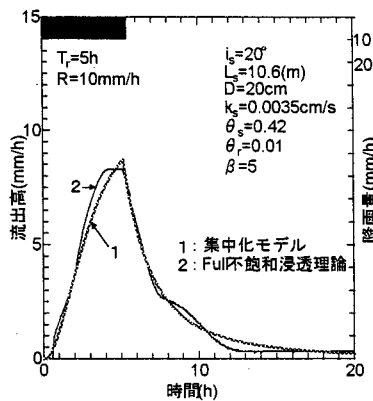
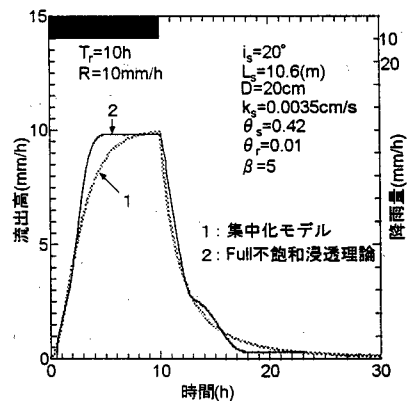


図3 含水率と圧力水頭(Ψ)の関係



CASE1



CASE2

図4 集中化モデルと Full 不飽和浸透理論の計算結果の比較

参考文献：1) 島田啓一，山田正，藤田陸博：第33回水理講演会論文集 pp. 133-138, 1989.

2) 大原憲明，池永均，山田正，

尾崎宏，内島邦秀：第52回年次学術講演開会講演概要集第2部，pp. 58, 59, 67-69, 1997. 3) 塚本義則：森林水文学，文永堂出版 pp108-119, 192-193, 1992. 4) M. J. Kirkby: Hillslope Hydrology.