

東電設計 正会員 松原勝己
武蔵工業大学 正会員 星谷 勝

1. まえがき

現在、シールドトンネルや共同溝などの線状地中構造物縦断方向の耐震検討は、自由地盤の地震時変位を、地盤バネを介して構造物縦断方向に静的に作用させて断面力を求める応答変位法が用いられることが多い。その際、地盤バネの設定値と設定方法が重要な問題となるが、現状では地盤のせん断剛性の定数倍で評価する方法や静的有限要素法を用いる方法などが用いられている。筆者は先に、地盤バネの算定法として静的弾性論を用いる方法を提案し、その算定式を導入した¹⁾。また、地震時の地盤が振動状態にあることを考慮し、地盤バネに及ぼす動的な効果の検討も実施している²⁾。しかしながら、それらいずれの場合も線状地中構造物が縦断方向に一樣な変位を示すという仮定に基づいており、実際には縦断方向の変位分布が存在すると考えられるため、一樣な変位を有する場合とは異なった地盤バネ値になることが予想される。軸対称 FEM を用いて縦断方向の変位分布を導入した検討^{3), 4)}によれば、地盤変位の波長が有限になることで地盤バネ値が大きくなることが指摘されている。本報では、線状地中構造物縦断方向に正弦波状の変位分布を仮定し、静的弾性論に基づく反力・変位関係から軸方向地盤バネ定数を算定した。

2. 応力関数の誘導

図-1 に示すように、中空円柱内部にせん断応力を作用させたときの変位解を求める。一般に、 r - z 座標に関する二次元軸対称問題の応力関数 ϕ は、式(1)の重調和方程式を満足する⁵⁾。

$$\nabla^2 \nabla^2 \phi = 0 \quad (1)$$

ここに、 $\nabla^2 = \partial^2 / \partial r^2 + 1/r \cdot \partial / \partial r + \partial^2 / \partial z^2$ である。

また、応力および変位は、応力関数 ϕ を用い式(2)および(3)で表される。

$$\sigma_r = \partial / \partial z (\nu \nabla^2 \phi - \partial^2 \phi / \partial r^2) \quad (2a)$$

$$\sigma_\theta = \partial / \partial z (\nu \nabla^2 \phi - 1/r \cdot \partial \phi / \partial r) \quad (2b)$$

$$\sigma_z = \partial / \partial z \{ (2 - \nu) \nabla^2 \phi - \partial^2 \phi / \partial z^2 \} \quad (2c)$$

$$\tau_{rz} = \partial / \partial r \{ (1 - \nu) \nabla^2 \phi - \partial^2 \phi / \partial z^2 \} \quad (2d)$$

$$2Gu = -\partial^2 \phi / \partial r \partial z \quad (3a)$$

$$2Gw = 2(1 - \nu) \nabla^2 \phi - \partial^2 \phi / \partial z^2 \quad (3b)$$

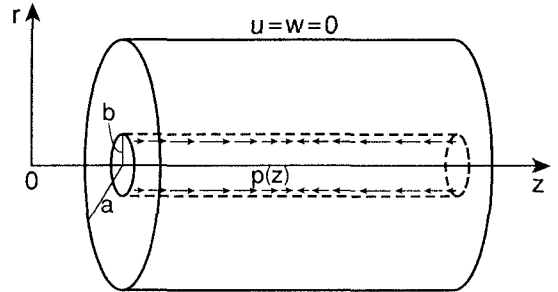


図-1 解析モデル

ここに、 ν ：地盤のポアソン比、 G ：地盤のせん断弾性係数、 u, w ： r および z 方向の変位である。中空円柱内部において z 方向に正弦波状に変化する応力が作用した時、式(1)の一般解は式(4)で表される。

また、境界条件として中空円柱内面のせん断応力と中空円柱外面の変位を指定し、式(5)で表す。

$$\phi = \sin(kz) \{ a_0 I_0(kr) + a_1 k r I_1(kr) + b_0 K_0(kr) + b_1 k r K_1(kr) \} \quad (4)$$

$$r=b ; \quad \tau_{rz}=p(z), \quad \sigma_r=0 \quad (5a)$$

$$r=a ; \quad u=w=0 \quad (5b)$$

ここに、 k ：波数（波長を L として $k=2\pi/L$ ）、 $I_n(kr), K_n(kr)$ ： n 次の第 1 種および第 2 種変形ベッセル関数、 a_0, a_1, b_0, b_1 ：境界条件によって決まる係数、 $p(z)$ ：作用せん断応力の分布形状を定める既知関数である。

キーワード：線状地中構造物、地盤バネ、耐震設計、波長、縦断方向

住所：〒110-0015 東京都台東区東上野 3-3-3 東電設計上野センター 6F TEL:03-5818-7793 FAX:03-5818-7608

なお、式(4)は、式(1)の左辺に代入することにより式(1)を満足することを確認できる。

式(4)の一般解が式(5a)および(5b)の4つの境界条件を満足することから、4つの未知定数 a_0, a_1, b_0 および b_1 に関する連立方程式が式(6)で得られる。

$$a_0 I_1(\kappa) - b_0 K_1(\kappa) + a_1 \{ \kappa I_0(\kappa) + 2(1-\nu) I_1(\kappa) \} + b_1 \{ -\kappa K_0(\kappa) + 2(1-\nu) K_1(\kappa) \} = (L/2\pi)^3 p_0 \quad (6a)$$

$$-a_0 \{ I_0(\kappa) - 1/\kappa I_1(\kappa) \} + b_0 \{ -K_0(\kappa) - 1/\kappa K_1(\kappa) \} + a_1 \{ -(1-2\nu) I_0(\kappa) - \kappa I_1(\kappa) \} - b_1 \{ -(1-2\nu) K_0(\kappa) + \kappa K_1(\kappa) \} = 0 \quad (6b)$$

$$a_0 I_1(\kappa \lambda) - b_0 K_1(\kappa \lambda) + a_1 \kappa \lambda I_0(\kappa \lambda) - b_1 \kappa \lambda K_0(\kappa \lambda) = 0 \quad (6c)$$

$$a_0 I_0(\kappa \lambda) + b_0 K_0(\kappa \lambda) + a_1 \{ \kappa \lambda I_1(\kappa \lambda) + 4(1-\nu) I_0(\kappa \lambda) \} + b_1 \{ \kappa \lambda K_1(\kappa \lambda) - 4(1-\nu) K_0(\kappa \lambda) \} = 0 \quad (6d)$$

ここに、 $\kappa = 2\pi b/L$ 、 $\lambda = a/b$ であり、前者は構造物半径と波長の比に、後者は構造物半径と変位を固定した半径の比に関係している。また、 p_0 は作用せん断応力の振幅 ($p(z) = p_0 \sin(kz)$) である。

3. 軸方向地盤バネ定数

式(3b)と(4)から $r=b$ における最大変位が式(7)で与えられる。

$$w_{\max} = 1/2G(2\pi/L)^2 [a_0 I_0(\kappa) + b_0 K_0(\kappa) + a_1 \{ \kappa I_1(\kappa) + 4(1-\nu) I_0(\kappa) \} + b_1 \{ \kappa K_1(\kappa) - 4(1-\nu) K_0(\kappa) \}] \quad (7)$$

ここで、

$$a_0 I_0(\kappa) + b_0 K_0(\kappa) + a_1 \{ \kappa I_1(\kappa) + 4(1-\nu) I_0(\kappa) \} + b_1 \{ \kappa K_1(\kappa) - 4(1-\nu) K_0(\kappa) \} = f(\kappa, \lambda) (L/2\pi)^3 p_0 \quad (8)$$

と置く。ここに、 $f(\kappa, \lambda)$ は $(L/2\pi)^3 p_0 = 1$ として式(6)の連立方程式を解いたときの式(8)の左辺の値である。式(7)および(8)より、式(9)を得る。

$$w_{\max} = 1/2G (L/2\pi) f(\kappa, \lambda) p_0 \quad (9)$$

したがって、地盤バネ定数 k を $k = -2\pi b p_0 / w_{\max}$ で定義すれば、式(10)が得られる。

$$k = \alpha G, \quad \alpha = 4\pi \kappa / \{ f(\kappa, \lambda) \} \quad (10)$$

式(6)および(10)から軸方向地盤バネ定数は、地盤のせん断弾性係数 G 、地盤のポアソン比 ν 、構造物直径に対する波長の比 $L/2b$ および構造物半径に対する変位固定の半径の比 λ に関係することがわかる。図-2 に $\nu=0.4$ 、 $\lambda=10$ に固定したときの、 $L/2b$ と式(10)の α との関係を示す。図には波長の影響を無視した解も示しているが、 $L/2b$ が 10 のとき波長の影響を無視したバネ値の2倍程度、また $L/2b$ が 100 でほぼ波長を無視したバネ値になることがわかる。

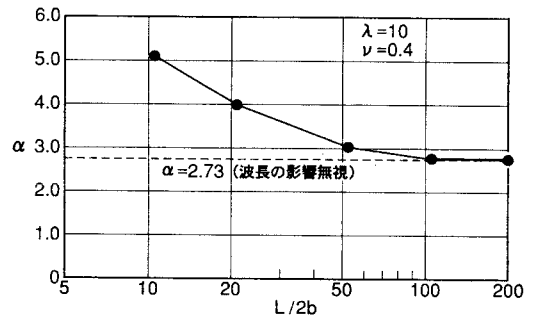


図-2 波長と地盤バネの関係

4. あとがき

本報では、線状地中構造物の軸方向地盤バネ定数に及ぼす波長の影響を検討するため、静的弾性論を用い、縦断方向に正弦波状の変位分布を仮定したときの反力・変位関係からバネ値を算定した。その結果、線状地中構造物の直径に対する波長の比によってバネ値が変動することが明らかとなった。また、波長が構造物直径の10倍のときバネ値が約2倍になることも判明した。

<参考文献> 1) 松原勝己, 星谷勝: 線状地中構造物の耐震設計に用いる地盤バネ定数について, 土木学会論文集 No.570/I-40, pp.249-258, 1997 2) 松原勝己, 浦野和彦: 線状地中構造物軸方向の動的な地盤バネ定数について - 地表面の影響 -, 第32回地盤工学研究発表会講演集, pp.1049-1050, 1997 3) 佐野祐一, 高田至郎, 嶋村貞夫, 河西寛: 応答変位法で用いる地盤バネ定数に関する検討, 土木学会第49回年次学術講演会講演概要集 I-B, pp.890-891, 1994 4) (社) 土木学会関西支部: 「大震災に学ぶ」- 阪神・淡路大震災調査研究委員会報告書- 第II巻, pp.84-85, 1998 5) テイモシェンコ・グーティン: 弾性論, 金多潔監訳, コロナ社, 1973